

Matematyka jest drzwiami
i kluczem do nauki

ROGER BACON

Współczesna edukacja matematyczna – metodyka i przykłady

MATEMATYKA INACZEJ –
NAUCZYCIEL MATEMATYKI
W ZMIENIAJĄCEJ SIĘ RZECZYWISTOŚCI

Autorzy: Hanna Basaj, Monika Jonczak, Ewa Kędracka-Feldman, Marzenna Kuć,
Bogumiła Ogrodowczyk, Barbara Wierzchucka oraz nauczyciele matematyki
uczestniczący w projekcie Akademia Profesjonalnego Nauczyciela

Koordinator projektu Akademia Profesjonalnego Nauczyciela: Beata Kossakowska

Redaktor prowadzący: Janina Ziętek

Skład: Justyna Domagała

Druk:

PPU Multigraf SC
ul. Bielicka 76c
85-135 Bydgoszcz

ISBN 978-83-938184-3-3

SPIS TREŚCI

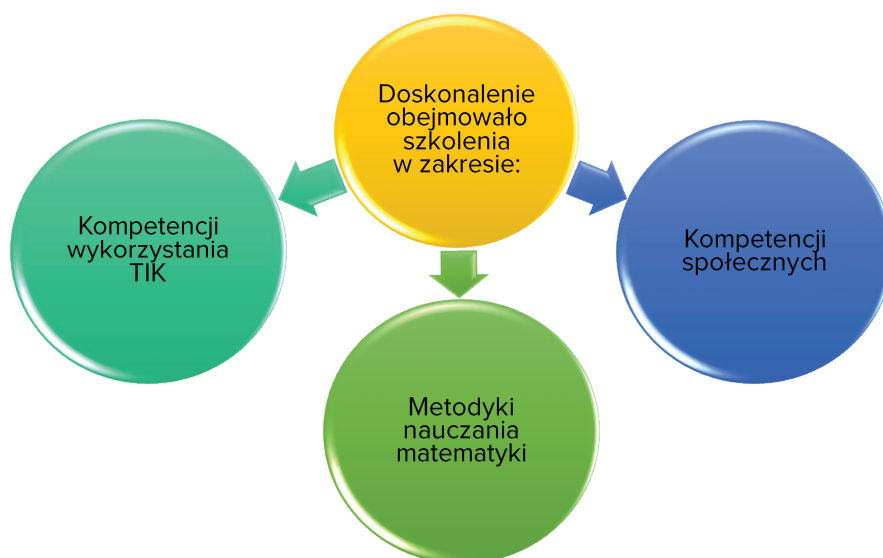
WSTĘP	5
1 Podstawy teoretyczno-empiryczne	7
1.1 Wnioski z badań umiejętności matematycznych uczniów	7
1.2 Quiz na temat badań edukacyjnych	12
2 Rzut oka wstecz... – rozwiązania metodyczne proponowane w programie kursu doskonalącego „Matematyka inaczej – nauczyciel matematyki w zmieniającej się rzeczywistości”	15
2.1 Odwrócona lekcja	16
2.2 Narzędzia TOC w matematyce	18
2.2.1 Teoria map rozwiązywania problemów (na podstawie artykułu dra Danilo Siriasa)	18
2.2.2 Przykłady map rozwiązywania problemów	23
2.3 Czynnościowe nauczanie geometrii	36
2.4 Eksperymenty matematyczne	42
2.5 Ocenianie orientujące	46
2.6 Autoewaluacja pracy nauczyciela matematyki	50
2.6.1 O edukacyjnej wartości dodanej dla nauczycieli matematyki	55
2.6.2 Przykładowa analiza wyników egzaminu gimnazjalnego z matematyki z wykorzystaniem metody EWD	59

3	Wykorzystanie TIK w nauczaniu i uczeniu się matematyki	64
4	Znaczenie kompetencji społecznych w edukacji XXI wieku	68
5	Rzut oka w przyszłość...	72
	POLECANE POZYCJE METODYCZNE	73
	BIBLIOGRAFIA	74
	NETOGRAFIA	
	ROZWIĄZANIE QUIZU	76

WSTĘP

Zeszyt matematyka jest elementem projektu Akademia Profesjonalnego Nauczyciela realizowanego w latach 2013-2015 przez Mazowieckie Samorządowe Centrum Doskonalenia Nauczycieli we współpracy z Ośrodkiem Edukacji Informatycznej i Zastosowań Komputerów w Warszawie.

Przygotowany został jako materiał podsumowujący realizację kursu doskonalącego skierowanego do nauczycieli matematyki mazowieckich szkół „Matematyka inaczej – nauczyciel matematyki w zmieniającej się rzeczywistości”.



Zeszyt matematyka ma na celu upowszechnienie przykładów innowacyjnych rozwiązań dydaktycznych zaproponowanych w trakcie realizacji programów poszczególnych modułów kursu, m.in. odwróconą lekcję, ocenianie orientujące, wykorzystanie narzędzi TOC w nauczaniu matematyki czy metodę edukacyjnej wartości dodanej.

W zeszycie prezentujemy wnioski i wskazówki wynikające z międzynarodowych i krajowych badań umiejętności matematycznych uczniów takich, jak: PISA, TIMSS, DUMa, OBUT oraz egzaminów zewnętrznych. Przedstawiamy również artykuł dotyczący znaczenia kompetencji społecznych w edukacji XXI wieku.

Podczas kursu doskonalącego zwróciliśmy szczególną uwagę na szkolenie z metodyki nauczania matematyki, którego efekty opisane zostały w rozdziale „Rzut oka wstecz...”

W niniejszym opracowaniu pokazujemy, jak wykorzystać programy komputerowe i zasoby Internetu w nauczaniu matematyki, jednocześnie rozwijając kompetencje informatyczne uczniów. Rekomendujemy odwróconą szkołę jako nowatorską metodę wspierającą proces nauczania. Podajemy również adres strony www, gdzie zamieszczone zostały odwrócone lekcje, opracowane przez uczestników szkolenia.

W zeszycie prezentujemy także innowacyjne nauczycielskie przykłady rozwiązań dydaktycznych z wykorzystaniem narzędzi TOC oraz artykuł dra Danilo Siriasa, twórcy trzech map rozwiązywania problemów: schematu typu przykład-wniosek, gałęzi wielu reguł i łamacza matematycznego. Przedstawiamy przykłady eksperymentów matematycznych oraz zadania ilustrujące kształtowanie pojęć i reguł matematycznych zgodnie z koncepcją czynnościowego nauczania geometrii.

W części dotyczącej oceniania orientującego podajemy zalety tego innowacyjnego sposobu oceniania (akrostych) oraz propozycje komentarzy dydaktycznych wskazujących kierunek rozwoju ucznia.

Ostatni rozdział programu szkolenia przedmiotowego dotyczący autoewaluacji pracy nauczyciela matematyki ilustruje studium przypadku – „Analiza wyników egzaminu gimnazjalnego z matematyki z wykorzystaniem EWD”. Umieszczono tam przykłady analiz wyników uczniów z wykorzystaniem Kalkulatora EWD 100, płynące z nich wnioski i zalecenia dla szkoły w celu poprawy efektywności nauczania matematyki.

Chcąc zwrócić uwagę Państwa na zagadnienie EWD, publikujemy artykuł Ewy Kędrackiej-Feldman „O Edukacyjnej Wartości Dodanej dla nauczycieli matematyki”.

Zachęcamy do korzystania z proponowanych w *Zeszycie matematyka* rozwiązań w pracy dydaktycznej i wychowawczej

Zespół APN ds. doskonalenia kompetencji matematycznych



1.

Podstawy teoretyczno-empiryczne

1.1

Wnioski z badań umiejętności matematycznych uczniów

PISA¹ (*Programme for International Student Assessment* – PROGRAM MIĘDZYNARODOWEJ OCENY UMIEJĘTNOŚCI UCZNIÓW) jest międzynarodowym badaniem koordynowanym przez OECD (Organizację Współpracy Gospodarczej i Rozwoju). To największe badanie umiejętności uczniów na świecie. Jego celem jest uzyskanie porównywalnych danych o umiejętnościach uczniów, którzy ukończyli piętnasty rok życia (w roku poprzedzającym badanie) w celu poprawy jakości nauczania i organizacji systemów edukacyjnych. Badanie przeprowadzane jest co trzy lata, począwszy od 2000 roku, we wszystkich krajach OECD, a także w kilkudziesięciu krajach partnerskich. PISA sprawdza umiejętności gimnazjalistów w trzech obszarach: czytania i interpretacji, umiejętności matematycznych oraz rozumowania w naukach przyrodniczych. Każde badanie obejmuje trzy obszary, ale jeden z nich jest wiodący. Umiejętności matematyczne były domeną badania w 2003 i 2012 roku. Tabela 1 przedstawia średnie wyniki uczniów w Polsce i w krajach OECD w badaniach PISA w zakresie umiejętności matematycznych.

Tabela 1. Średnie wyniki uczniów w Polsce i krajach OECD w badaniach PISA w zakresie umiejętności matematycznych

	2003	2006	2009	2012
Polska	490	495	495	518
OECD	500	498	496	494

W 2012 roku zaobserwowano znaczną poprawę wyników polskich uczniów w zadaniach sprawdzających umiejętności złożone takie jak: rozumowanie i argumentowanie matematyczne oraz tworzenie strategii rozwiązania. W większości tych zadań polscy uczniowie po raz pierwszy uzyskali lepsze wyniki od uczniów krajów OECD. Szczegółowa analiza zadań wymagających rozumowania, argumentowania i myślenia strategicznego pokazała, że nastąpiła poprawa we wszystkich grupach uczniów, zarówno tych o najwyższych, jak i tych o najniższych umiejętnościach matematycznych.

Spośród wszystkich krajów biorących udział w badaniu PISA 2012 najlepsze wyniki uzyskały: Szanghaj (Chiny), Hongkong (Chiny) i Singapur. Lepsze wyniki od Polski uzyskały także Japonia i Korea Południowa.

Badanie PISA 2012 objęło pierwszy rocznik uczniów gimnazjum, którzy uczyli się według nowej podstawy programowej kształcenia ogólnego. Wyniki polskich uczniów obrazują więc efekty nowej podstawy programowej i zmodyfikowanego egzaminu gimnazjalnego. Podstawa programowa z 2009 roku wprowadziła wiele zmian do polskiego systemu nauczania. W zakresie matematyki

¹ Na podstawie: Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów OECD PISA, Wyniki badania 2012 w Polsce, MEN

na trzecim etapie edukacyjnym przeniosła uwagę z kształcenia prostych umiejętności, takich jak stosowanie algorytmów czy odczytywanie danych z tabel i wykresów na rzecz kształcenia umiejętności złożonych, takich jak modelowanie matematyczne, rozumowanie i argumentowanie czy tworzenie strategii rozwiązywania zadań. Nauczyciele matematyki właściwie wdrożyli te zmiany do praktyki szkolnej, co pokazały wyniki badania PISA 2012.

TIMSS² (*Trends in International Mathematics and Science Study* – MIĘDZYNARODOWE BADANIE WYNIKÓW NAUCZANIA MATEMATYKI I NAUK PRZYRODNICZYCH) koordynowane przez Międzynarodowe Stowarzyszenie Mierzenia Osiągnięć Szkolnych – IEA z siedzibą w Amsterdamie, a w Polsce przez Ministerstwo Edukacji Narodowej.

TIMSS bada poziom wiedzy i rozumowania uczniów w zakresie matematyki i nauk przyrodniczych. W badaniu uczestniczą dzieci, które chodzą do szkoły i spełniają dwa warunki: kończą czwarty rok nauki na poziomie szkoły podstawowej oraz ich średni wiek w chwili testowania nie jest niższy niż 9,5 roku. Badania obejmują więc zwykle uczniów klas czwartych.

W Polsce badanie TIMSS przeprowadzono po raz pierwszy w 2011 roku.

Wynik osiągnięty przez polskich uczniów w matematyce wyniósł 481 punktów i był istotnie niższy od średniej międzynarodowej. Wśród wszystkich badanych krajów Polska uzyskała trzydzieste czwarte miejsce za wszystkimi krajami europejskimi. Najniższe wyniki polscy uczniowie uzyskali z geometrii, nieco lepsze – z wiedzy o liczbach i liczeniu, najlepsze – w umiejętnościach graficznego przedstawiania danych. Polscy uczniowie stosunkowo lepiej radzili sobie zadaniami problemowymi niż typowymi.

OBUT³ – OGÓLNOPOLSKIE BADANIE UMIEJĘTNOŚCI TRZECIOKLASISTÓW realizowane jest przez Instytut Badań Edukacyjnych w ramach projektu systemowego „Badanie umiejętności podstawowych uczniów trzeciej klasy szkoły podstawowej”, współfinansowanego przez Europejski Fundusz Społeczny.

Badanie OBUT jest dobrowolne i odbywa się od 2011 roku. Każdego roku w maju diagnozowane są umiejętności matematyczne i polonistyczne uczniów klas trzecich. Edycja 2014 obejmowała tylko umiejętności matematyczne.

W badaniu OBUT 2014 wzięło udział 220 tys. uczniów z ponad 7600 szkół. Badano dwa obszary umiejętności matematycznych: sprawność rachunkową i rozwiązywanie zadań tekstowych. Czternaście specjalnie dobranych zadań sprawdzało sprawność rachunkową uczniów, umiejętność selekcji informacji, wyobraźnię geometryczną, umiejętność zauważania zależności między informacjami oraz analizę zadania i przeprowadzenie prostego rozumowania.

Autorzy raportu OBUT^m 2014 zalecają nauczycielom następujące działania:

a. kształtowanie sprawności rachunkowej:

- dobieranie różnorodnych ćwiczeń dostosowanych do indywidualnych potrzeb i możliwości uczniów,
- dbanie o częste wykonywanie ćwiczeń doskonalących rachunek pamięciowy i znajomość tabliczki mnożenia,
- prezentowanie różnych sposobów obliczeń i zachęcanie uczniów do wyboru własnych, najbardziej dogodnych dla nich metod,
- uczenie krytycznego spojrzenia na uzyskany wynik działania, stosowanie wspierających środków dydaktycznych takich jak: liczmany, tabliczki z trudnymi działaniami, działania z ilustracjami, karty, gry i zabawy.

² Na podstawie: <http://www.ibe.edu.pl/pl/badania/42-badania/405-miedzynarodowe-badanie-wynikow-nauczania-matematyki-i-nauk-przyrodniczych-timss>

³ Na podstawie: *Raport z ogólnopolskiego badania umiejętności trzecioklasistów OBUT^m 2014*, IBE, <http://men.gov.pl/ministerstwo/informacje/umiejtnosci-matematyczne-trzecioklasistow-obut-2014.html>

b. kształtowanie umiejętności selekcji informacji:

- przeprowadzanie dokładnej analizy treści zadania, podawanie przez uczniów własnej interpretacji,
- rozwiązywanie zadań z nadmiarem lub niedomiarem danych,
- rozwiązywanie zadań, w których występują tabele, wykresy, diagramy, drogowskazy itp.,
- pokazywanie uczniom różnych sposobów porządkowania danych, np. porównywanie liczb, wykonywanie rysunków, zapisywanie w tabeli itp.

c. kształtowanie wyobraźni przestrzennej:

- wykorzystanie podczas lekcji tangramów, klocków, geoplanów,
- proponowanie ćwiczeń, podczas których uczniowie rysują, wycinają, składają z papieru, budują figury o różnych kształtach,
- stosowanie zadań o charakterze zagadek geometrycznych,
- wykorzystanie gier i układanek, w których występują własności figur.

d. w zakresie rozwiązywania zadań tekstowych:

- kształtowanie u uczniów umiejętności uważnego czytania treści zadań i wybierania informacji istotnych dla rozwiązania problemu,
- przedstawianie uczniom różnych sposobów rozwiązywania tego samego problemu,
- zachęcanie uczniów do poszukiwań własnych sposobów rozwiązania zadań,
- przygotowanie zestawów zadań o różnym stopniu trudności i zachęcanie uczniów do samodzielnego rozwiązywania zadań,
- kształtowanie umiejętności zapisu rozwiązania zadania.

DUMa⁴ – DIAGNOZA UMIEJĘTNOŚCI MATEMATYCZNYCH UCZNIÓW szkół podstawowych to badanie kompetencji uczniów klas V. Badanie realizuje Instytut Badań Edukacyjnych. Udział w badaniu jest dobrowolny. Jego celem jest pomoc nauczycielom w przygotowaniu uczniów do sprawdzianu po klasie szóstej. Dlatego też swoją formą i rodzajem użytych w nim zadań nawiązuje do sprawdzianu po szkole podstawowej opartego na wymaganiach podstawy programowej kształcenia ogólnego z 2009 roku.

Po raz pierwszy badanie DUMa odbyło się w 2014 roku i obejmowało uczniów klas piątych, w których wdrażana była nowa podstawa programowa. Zadania użyte w badaniu sprawdzały umiejętności opisane w podstawie programowej, takie jak: sprawność rachunkowa, wykorzystanie i tworzenie informacji, modelowanie matematyczne oraz rozumowanie i tworzenie strategii.

Na podstawie analizy rozwiązań poszczególnych zadań autorzy raportu sugerują, aby podczas codziennej pracy z uczniami nauczyciele:

- indywidualizowali oddziaływania edukacyjne – zarówno w zakresie metod nauczania, jak i w sferze motywacji,
- kształtowali umiejętność obliczeń pamięciowych i pisemnych,
- proponowali uczniom rozwiązywanie zadań zawierających informacje podane w różnej postaci – tabel, diagramów, schematów,
- pokazywali różne sposoby porządkowania informacji podanych w treści zadania, odrzucania informacji zbędnych i wybierania istotnych do rozwiązania zadania,
- skłaniali uczniów do wizualizacji treści zadań – schemat, rysunek,
- wykorzystywali zadania oparte na sytuacjach życiowych,
- zachęcali uczniów do uważnego czytania i starannej analizy treści zadań, zapisywania komentarzy do poszczególnych działań (obliczeń),
- prezentowali na forum klasy różne sposoby rozwiązywania tego samego zadania, rozwijali umiejętność opracowania strategii rozwiązania zadania kilkietapowego.

⁴ Na podstawie: *Raport z badania Diagnoza umiejętności matematycznych uczniów szkół podstawowych DUMa*, IBE

EGZAMINY ZEWNĘTRZNE

Sprawdzian w klasie szóstej szkoły podstawowej⁵ przeprowadzany jest na mocy art. 9 ust. 1 pkt 1 ustawy z dnia 7 września 1991 roku o systemie oświaty. Obejmuje wiadomości i umiejętności zawarte w wymaganiach określonych w podstawie programowej kształcenia ogólnego. Sprawdzian jest przeprowadzany w kwietniu i ma formę pisemną. Przystąpienie do niego jest warunkiem ukończenia szkoły podstawowej.

Od roku 2015 sprawdzian składa się z dwóch części. Część pierwsza obejmuje zadania z języka polskiego i matematyki, natomiast część druga – zadania z języka nowożytnego.

Do sprawdzianu w 2014 roku przystąpiło około 350 tys. szóstoklasistów. Arkusz w wersji standardowej składał się z 26 zadań zamkniętych wyboru wielokrotnego i 6 otwartych. Zadania sprawdzały umiejętność pisania, czytania, rozumowania, korzystania z informacji oraz wykorzystania wiedzy w praktyce.

Autorzy „Sprawozdania ze sprawdzianu 2014” sugerują nauczycielom matematyki, aby na lekcjach uczniowie wykonywali więcej ćwiczeń dotyczących wagi, własności figur płaskich i przestrzennych. Ponadto zalecają, aby w praktyce szkolnej rozwiązywać zadania zamknięte także poprzez „otwieranie” oraz zwracać większą uwagę na staranne czytanie i analizowanie treści zadań, a także towarzyszących im tekstów. Zalecają również nauczycielom matematyki doskonalenie umiejętności uczniów w zapisywaniu rozwiązań zadań, a także krytycznej oceny rozwiązania.

Egzamin gimnazjalny⁶ składa się z trzech części: humanistycznej, matematyczno-przyrodniczej i języka obcego nowożytnego. Egzamin z matematyki wchodzi w skład części matematyczno-przyrodniczej. Trwa 90 minut i ma formę pisemną. Zadania egzaminacyjne sprawdzają wiadomości i umiejętności określone w podstawie programowej matematyki, takie jak: wykorzystanie i tworzenie informacji, wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji, modelowanie matematyczne, użycie i tworzenie strategii oraz rozumowanie i argumentacja.

Poziom opanowania wiadomości i umiejętności opisanych w podstawie programowej w ostatnich trzech latach utrzymuje się na tym samym poziomie. Łatwość arkusza egzaminacyjnego w 2012 roku wynosiła 47%, w 2013 – 48%, a w 2014 – 47%.

W 2014 roku poziom wykonania zadań był bardzo zróżnicowany, od 20% do 69%.

⁵ Na podstawie: *Osiągnięcia uczniów kończących szkołę podstawową w roku 2014. Sprawozdanie ze sprawdzianu 2014. Informator o sprawdzianie od roku szkolnego 2014/2015*, CKE, Warszawa 2014

⁶ Na podstawie: *Osiągnięcia uczniów kończących gimnazjum w roku 2014. Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego*, CKE, Warszawa 2014

Pracownicy CKE zalecają, aby na lekcjach matematyki więcej czasu i uwagi poświęcić na ćwiczenia kształtujące wyobrażenie przestrzenną, np. poprzez budowanie modeli brył, układanie figur z klocków, rysowanie brył w oparciu o przedstawiony model, rozpoznawanie kształtu na podstawie siatki lub rysunków wykonanych w różnej perspektywie. Sugerują także, aby nauczyciele rozwiązywali więcej zadań przedstawiających dane w sposób nietypowy albo wymagających niealgebraicznego rozwiązania problemu. Warto też, by uświadamiali uczniom potrzebę uważnego czytania treści zadania, tworzenia planu rozwiązania i jego wykonania oraz krytycznej oceny wyniku.

Egzamin maturalny⁷ z matematyki został przywrócony w 2010 roku. Poziom podstawowy jest obowiązującym wszystkich absolwentów liceów i techników.

Wyniki egzaminu potwierdzają, iż maturzyści nie mają problemów z rozwiązywaniem zadań typowych, schematycznych, o małym stopniu złożoności. Zadania sprawdzające rozumienie pojęć w prostych sytuacjach, stosowanie algorytmów działań czy znajomość własności obiektów matematycznych są łatwe dla uczniów. Zadania niealgorytmiczne, wymagające doboru odpowiedniej strategii rozwiązania oraz umiejętności analizowania i interpretowania problemów matematycznych stanowią problem dla większości uczniów. Dużym wyzwaniem jest dla nich przeprowadzenie rozumowania prowadzącego do udowodnienia prawdziwości algebraicznej lub geometrycznej.

Maturzyści mają też poważne problemy z właściwą interpretacją tekstów matematycznych. Nawet nieznaczna modyfikacja w szablonowym ujęciu treści zadania stwarza uczniom dużą trudność w znalezieniu poprawnego rozwiązania.

Ekspertki zalecają, aby w pracy dydaktycznej z uczniami nauczyciele zwrócili szczególną uwagę na kształcenie umiejętności analizy treści zadań i doboru różnych metod rozwiązywania problemów oraz poszukiwali niekonwencjonalnych sposobów rozwiązywania. Ułatwia to budowanie modeli matematycznych, zwłaszcza w przypadku zadań praktycznych, z kombinatoryki oraz rachunku prawdopodobieństwa. Proponują również, by nauczyciele nie unikali rozwiązywania problemów złożonych, wymagających przeprowadzenia kilku logicznie powiązanych czynności. Dzięki tym zabiegom zwiększają szanse uczniów na uzyskanie lepszego wyniku egzaminu maturalnego.



⁷ Na podstawie: *Sprawozdanie z egzaminu maturalnego 2014. Matematyka*, CKE, Warszawa 2014

1.2 Quiz na temat badań edukacyjnych

Quiz wykonano i opublikowano na platformie GoConqr.
Adres do wersji elektronicznej quizu: tiny.pl/gh1qj
Quiz jest automatycznie sprawdzany.
Poniżej przedstawiamy jego wersję papierową,

Sprawdź swoją wiedzę na temat badań edukacyjnych

Zadanie 1

Zaznacz zdania prawdziwe:

- A. Celem programu PISA jest uzyskanie porównywalnych danych o umiejętnościach uczniów, którzy ukończyli 13 rok życia.
- B. Dane uzyskane w programie PISA są zbierane w celu poprawy jakości nauczania i organizacji systemów edukacyjnych.
- C. W raporcie krajowym PISA 2012 oprócz wyników głównego badania można wyczytać też, jak gimnazjaliści radzili sobie z komputerem.
- D. Treść zadań w badaniu PISA jest w możliwie dużym stopniu osadzona w codziennych sytuacjach życiowych.

Zadanie 2

Zaznacz zdania fałszywe:

- A. Badanie PISA w 2012 roku objęło pierwszy rocznik uczniów gimnazjum, którzy uczyli się według nowej podstawy programowej.
- B. W Polsce badanie PISA w 2012 roku przeprowadził zespół ekspertów Instytutu Badań Edukacyjnych.
- C. Dziedziną wiodącą w badaniu PISA w 2012 roku była matematyka.

Zadanie 3

Zaznacz zdania prawdziwe:

- A. Badanie TIMSS to Międzynarodowe Badanie Wyników Nauczania Matematyki.
- B. Badanie TIMSS jest koordynowane przez Międzynarodowe Stowarzyszenie Mierzenia Osiągnięć Szkolnych – IEA z siedzibą w Amsterdamie.
- C. W Polsce badanie TIMSS koordynuje Instytut Badań Edukacyjnych.

Zadanie 4

Zaznacz lata, w których przeprowadzono badanie TIMSS.

- A. 1995
- B. 1997
- C. 2003
- D. 2013

Zadanie 5

Czy poprzez badania PIRLS i TIMSS w 2011 roku badano umiejętności polskich dziesięciolatków?

Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐

tak

☐

nie

Zadanie 6

- A. Zaznacz, jakie wnioski dla polskiej polityki edukacyjnej wynikają z badań PIRLS i TIMS przeprowadzonych w roku 2011.
- B. Nadal należy upowszechniać edukację przedszkolną.
- C. Decyzja o obniżeniu wieku obowiązku szkolnego była słuszna.

Zadanie 7

Zaznacz zdania prawdziwe dotyczące badania ICILS przeprowadzonego w Polsce w roku 2013.

- A. Badano kompetencje komputerowe i informacyjne polskich gimnazjalistów.
- B. Badanie sprawdzało, jak gimnazjaliści potrafią ocenić, przekształcić i podzielić się informacją przy użyciu komputera.
- C. Badanie sprawdzało umiejętności programistyczne uczniów.
- D. Badanie potwierdziło, że polscy uczniowie znajdują się w czołówce krajów z najwyższymi wynikami. Mają kompetencje porównywalne z rówieśnikami z Norwegii, Danii, Australii i Kanady.
- E. Badanie wykazało, że polscy gimnazjaliści intensywnie korzystają z komputerów w prywatnym czasie, a bardzo rzadko wykorzystują je na lekcjach.

Zadanie 8

Zaznacz zdanie prawdziwe.

- A. Badanie PIRLS to:
- B. Międzynarodowe Badanie Postępów Biegłości w Czytaniu.
- C. Międzynarodowe Badanie Sprawności Rachunkowej.
- D. Międzynarodowe Badanie Sprawności w Posługiwaniu się Komputerem.

Zadanie 9

Zaznacz zdanie prawdziwe.

- A. Badanie PIRLS przeprowadzane jest wśród 10-latków.
- B. W Polsce badanie PIRLS przeprowadzono wśród uczniów klas 4 szkoły podstawowej.

Zadanie 10

Zaznacz prawidłową odpowiedź.
Przedmiotem pomiaru w badaniu PIRLS jest:

- A. rozumienie tekstów literackich
- B. rozumienie tekstów użytkowych

Zadanie 11

OBUT to Ogólnopolskie Badanie Umiejętności Trzecioklasistów.
Zaznacz zdania prawdziwe dotyczące badania OBUT 2014.

- A. Badanie OBUT 2014 obejmowało wyłącznie umiejętności matematyczne.
- B. Badaniem z 2014 roku sprawdzano umiejętności uczniów tylko z obszaru „Rozwiązywanie zadań tekstowych”.

Zadanie 12

Zaznacz prawidłowe odpowiedzi.
Po analizie odpowiedzi uczniów i zapisów rozwiązań zadań w raporcie z badania OBUT 2014 zarekomendowano między innymi, aby nauczyciele:

- A. stosowali zadania, które mają tylko jedną poprawną odpowiedź
- B. wykorzystywali gry i zabawy do doskonalenia sprawności rachunkowej uczniów
- C. wykorzystywali podczas zajęć z uczniami tangramy, klocki, geoplany

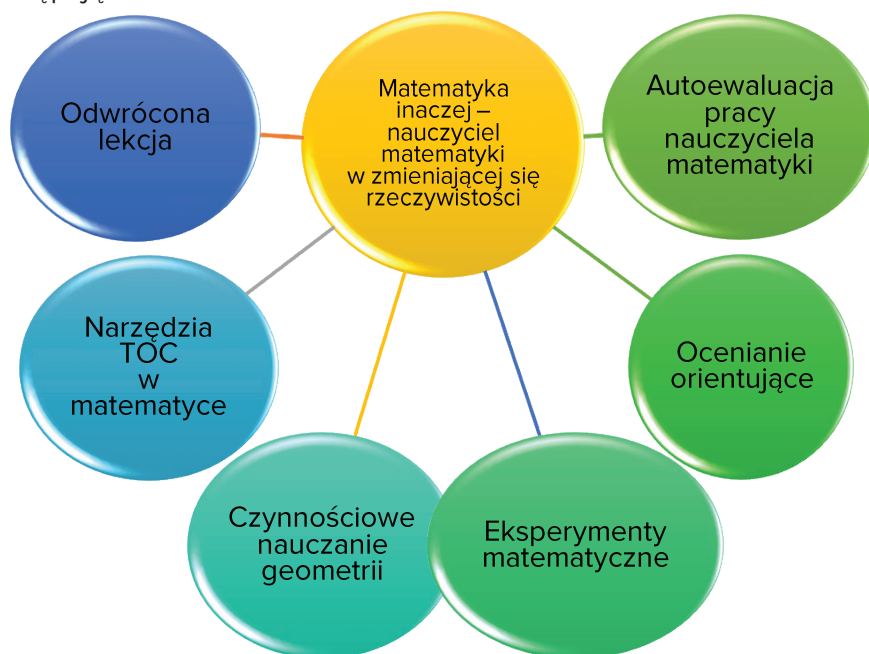
Rozwiązanie quizu znajduje się końcu *Zeszytu matematyka*.



2.

Rzut oka wstecz... Rozwiązania metodyczne proponowane w programie kursu doskonalącego „Matematyka inaczej – nauczyciel matematyki w zmieniającej się rzeczywistości”

Mając na uwadze analizę dostępnych badań umiejętności matematycznych uczniów, diagnozę potrzeb nauczycieli oraz zmiany zachodzące w edukacji, zaproponowaliśmy program kursu zawierający następujące treści:



Recenzent programu, dr Agnieszka Suska pisze, że innowacyjne są zarówno proponowane przez nas metody nauczania matematyki, jak i sposoby oceniania uczniów.

Program zawiera moduły pozwalające wprowadzić przez nauczyciela nową jakość nauczania, dostosowaną do obecnych trendów w edukacji, począwszy od aktywizujących metod nauczania, przez sposoby oceniania uczniów, a na analizie wyników i planowaniu strategii rozwoju kończąc.

Program „Matematyka inaczej – nauczyciel matematyki w zmieniającej się rzeczywistości” spełnia wymogi Europejskiego Funduszu Społecznego Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki Priorytet IX – Rozwój wykształcenia i kompetencji w regionach, Działanie 9.4 – Wysoko wykwalifikowane kadry systemu oświaty, a w szczególności realizuje cel główny APN⁸.

⁸ Suska A. Recenzja programu doskonalenia przedmiotowego z obudową w zakresie doskonalenia kompetencji matematycznych nauczycieli, Warszawa 2014

2.1 Odwrócona lekcja

Jest to metoda zwana oryginalnie *flip teaching*, *flipped lesson* lub *flipped classroom*, angażująca uczniów w proces zdobywania wiedzy i samokształcenia. Polska nazwa tej metody to odwrócona lekcja, odwrócona klasa lub odwrócone nauczanie.

Jest to innowacja metodyczna, która dotyczy przede wszystkim technik przekazu treści oraz sposobów egzekwowania wiedzy. Służy kształceniu umiejętności przedmiotowych oraz ponadprzedmiotowych, a także postaw społecznych. Istotną rolę w tej metodzie odgrywają technologie informacyjne.

Zanim nauczyciel przystąpi do pracy nad *odwróconą lekcją* powinien:

- zapoznać uczniów z tym sposobem uczenia się, wyjaśnić zasady odwróconej lekcji,
- zastanowić się, co przekazałby uczniom, gdyby ta lekcja odbywała się w klasie, wybrać zagadnienia do realizacji podczas odwróconej lekcji,
- przemyśleć sposób przygotowania lekcji i wybrać odpowiednie narzędzia za pomocą których przeprowadzi lekcję,
- przygotować samodzielnie lub wyszukać w sieci Internet materiały do lekcji: teksty, ilustracje, filmy, ćwiczenia, zagadki itp.
- zdecydować o sposobie dokumentowania wyniku uczenia się,
- zdecydować, w jaki sposób udostępni uczniom lekcję: strona WWW, blog edukacyjny, platforma e-learningowa, przesłanie linku do lekcji pocztą elektroniczną,
- ustalić sposób komunikowania się z uczniami w czasie samodzielnej pracy: za pośrednictwem poczty mailowej, na platformie e-learningowej, wykorzystując komunikator internetowy, ustalone spotkania w szkole.

Odwrócona lekcja powinna zawierać:

- temat lekcji,
- cele lekcji (informacje, po co uczeń wykonuje wszystkie czynności),
- czego uczeń się nauczy,
- informacje, na co nauczyciel będzie zwracał uwagę podczas drugiej części odwróconej lekcji, realizowanej w klasie,
- zasoby dołączone do lekcji: ćwiczenia, teksty, ilustracje, inki do stron WWW, filmy
- należy podać źródła znalezionych materiałów (jeśli nie są one dołączone automatycznie – taką możliwość oferują narzędzia do tworzenia lekcji, np. platforma *Blendspace*),
- przy każdym załączniku nauczyciel powinien umieścić instrukcję dla ucznia: co powinien zrobić, na co zwrócić uwagę.

Treść poleceń powinna być zrozumiała i czytelna dla uczniów. Należy zadbać o odpowiednie formatowanie tekstu.

Nauczyciel powinien opracować drugą część lekcji, która odbędzie się w klasie. Podczas tej części uczniowie powinni zastosować zdobytą wiedzę i umiejętności w praktyce. Na koniec drugiej części lekcji powinno nastąpić podsumowanie – jakie umiejętności zdobyli uczniowie, co sprawiło problemy.

Link do filmu o idei odwróconego nauczania: tiny.pl/gh4t6

Podczas realizacji projektu APN nauczyciele – uczestnicy ośmiogodzinnych szkoleń *online* „Kształcenie myślenia matematycznego z TIK” – poznali narzędzia Web 2.0, umożliwiające przygotowywanie wirtualnych lekcji, interaktywnych ćwiczeń i schematów ułatwiających nauczanie i uczenie się matematyki.

Link do kolekcji przykładowych wirtualnych lekcji przygotowanych przez uczestników projektu APN na platformie Blendspace: tiny.pl/gh15g

Platforma *Blendspace* to specjalne narzędzie internetowe do tworzenia wirtualnych lekcji i zestawów materiałów edukacyjnych dla uczniów.

Platforma:

- oferuje plan darmowy,
- jest bardzo prosta w użytkowaniu,
- lekcje i zestawy materiałów przygotowane na platformie *Blendspace* można publikować na innych platformach, stronach WWW, blogach,
- umożliwia dodawanie klas, dla których generowany jest unikalny kod dostępu,
- każdy uczeń może dołączyć do swojej klasy na Blendspace, pod warunkiem otrzymania od nauczyciela kodu klasy,
- jest wyposażona w wyszukiwarkę – nauczyciel, który nie ma własnych materiałów edukacyjnych, może przeszukiwać sieć Internet bez potrzeby opuszczania Blendspace,
- umożliwia dodawanie do tworzonej lekcji/zestawu materiałów edukacyjnych materiałów zapisanych na dysku komputera, zapisanych na dyskach wirtualnych, poprzez podanie adresu URL,
- jest dostępna na stronie www.blendspace.com,
- interfejs jest w języku angielskim.



2.2 Narzędzia TOC w matematyce

MAPY ROZWIĄZYWANIA PROBLEMÓW (PSM) to nowatorski sposób na skuteczną naukę matematyki. Jego autorem jest dr Danilo Sirias, profesor na Wydziale Zarządzania i Marketingu w Sagina Valley University w Stanach Zjednoczonych. Zaproponowane przez niego mapy opierają się na podstawowych narzędziach TOC (*theory of constraints* – teoria ograniczeń): kombinacji „gałęzi logicznej” i „drzewka ambitnego celu” oraz dodatkowego narzędzia, które profesor nazwał „łamaczem matematycznym” (*the math breaker*) – graficznym przykładem rozwiązywania problemów.

Mapy rozwiązywania problemów rozwijają myślenie przyczynowo-skutkowe, wspierają zapamiętywanie i rozumienie treści programowych, kształcą umiejętność argumentowania oraz tworzenia strategii rozwiązywania problemów.

2.2.1 Teoria map rozwiązywania problemów (na podstawie artykułu dra Danilo Siriasa)

HIERARCHIA WIEDZY MATEMATYCZNEJ

Opanowanie konkretnego materiału matematycznego, podobnie jak budowanie z klocków, wymaga zrozumienia schematu łączenia ze sobą określonych elementów. Najpierw uczniowie muszą nauczyć się podstaw, czyli definicji i terminologii. Następnie poznają podstawowe reguły, własności i prawa niezbędne do rozwiązywania zadań. Z czasem dowiadują się, jak rozwiązywać coraz bardziej złożone problemy, które wymagają wyboru właściwych reguł z szerokiej gamy możliwości. Umiejętność zastosowania konkretnej własności do rozwiązania zadania i przejście do kolejnego kroku jest etapem pośrednim. Na najwyższym poziomie hierarchii wiedzy matematycznej uczniowie uczą się rozwiązywania zadań problemowych. W celu rozwiązania tych zadań wykorzystują zarówno pojedyncze zasady, jak i różne strategie wymagające zastosowania szerokiego wachlarza reguł.

Omawiając hierarchię wiedzy matematycznej na przykładzie, można posłużyć się konkretnym zagadnieniem, takim jak równanie liniowe. Na wstępie uczniowie muszą poznać terminologię – zmienne, współczynniki liczbowe, wyrażenia algebraiczne, równania itp. Następnie poznają podstawowe reguły – zasadę równań równoważnych oraz własności równań. Kolejnym krokiem jest nauka rozwiązywania prostych równań liniowych z zastosowaniem schematu poznanych reguł. Później uczniowie rozwiązują zadania problemowe, tj. zadania tekstowe, które można rozwiązać za pomocą równań liniowych. Na ostatnim etapie uczniowie poznają np. układy równań liniowych, do rozwiązania których potrzebna jest umiejętność stosowania wielu reguł omówionych przy okazji równań liniowych.

MAPY ROZWIĄZYWANIA PROBLEMÓW

Dr Danilo Sirias stworzył trzy mapy rozwiązywania problemów (ang. *Problem Solving Maps* – w skrócie PSM):

- Schemat typu przykład-wniosek.
- Gałąź wielu reguł.
- Łamacz matematyczny.

Pomiędzy hierarchią wiedzy matematycznej a mapami rozwiązywania problemów istnieje bezpośrednia zależność, czyli każdy element hierarchii wiedzy matematycznej ma odpowiednią dla siebie mapę myśli (tab. 1).

Tabela 1. Hierarchia wiedzy matematycznej a mapy rozwiązywania problemów

Hierarchia wiedzy matematycznej	Mapa rozwiązywania problemów
Reguły	Schemat typu przykład-wniosek
Zastosowanie wielu reguł	Gałąź wielu reguł
Zadania problemowe	Łamacz matematyczny

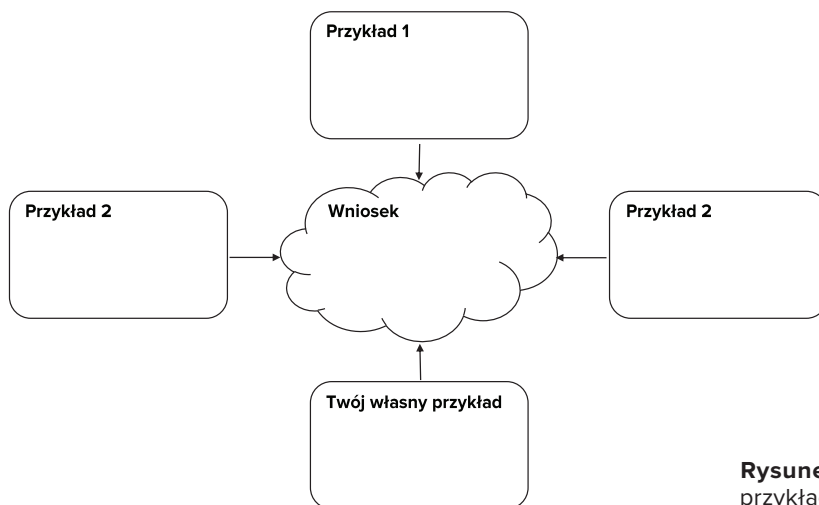
Cele tworzenia map rozwiązywania problemów:

1. Wsparcie i pomoc w uczeniu się konkretnego zagadnienia.
2. Zaplanowanie strategii rozwiązywania zadań matematycznych.

OPIS NARZĘDZI STOSOWANYCH W MAPACH ROZWIĄZYWANIA PROBLEMÓW

Schemat typu przykład-wniosek

Przedstawiony na rysunku 1 schemat typu przykład-wniosek stosowany jest w celu nauczania uczniów podstawowych reguł/wniosek. Praca z tym schematem polega na podaniu przez nauczyciela trzech przykładów zastosowania danej zasady (bez podania konkretnej, stosowanej w danym przykładzie reguły). Uczniowie proszeni są o znalezienie wzorca wspólnego dla trzech przykładów, który jest niczym innym jak regułą wyrażoną własnymi słowami uczniów. Następnie nauczyciel prosi uczniów o przygotowanie własnego przykładu w celu sprawdzenia, czy ich wnioski są poprawne.



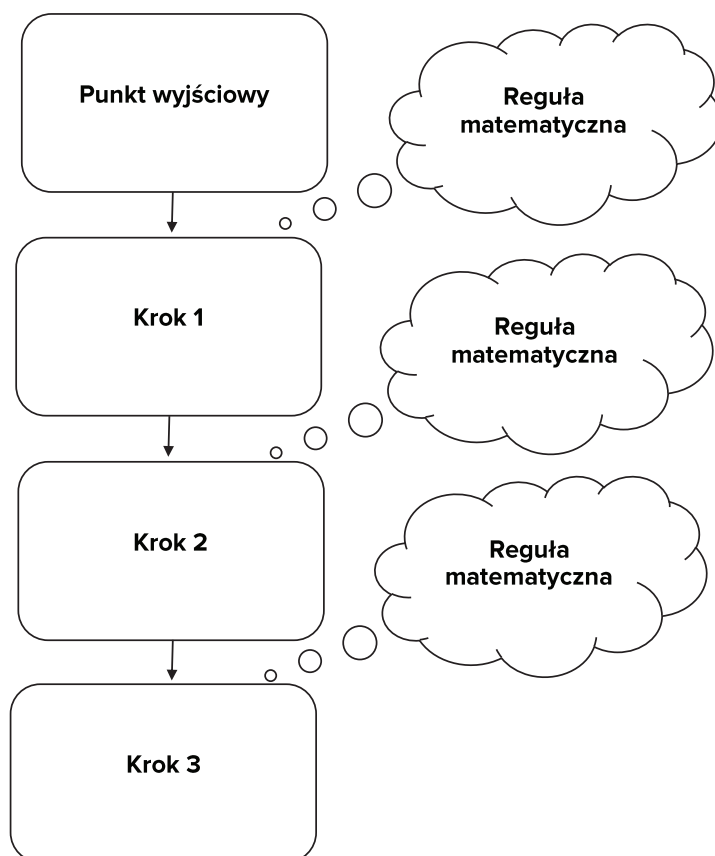
Rysunek 1. Schemat typu przykład-wniosek

Gałąź wielu reguł

Kiedy uczniowie opanują już podstawowe prawa związane z konkretnym zagadnieniem, można zastosować gałąź wielu reguł (rys. 2).

Nauczyciel zapisuje zadanie w miejscu przeznaczonym na punkt wyjściowy (rys. 2), a następnie stosuje jedną z reguł, której uczniowie nauczyli się przez zastosowanie schematu typu przykład-wniosek. Regułę zapisuje w chmurce obok prostokąta opisującego dany krok. Proces jest powtarzany poprzez wybieranie kolejnej reguły aż do momentu, gdy zadanie zostanie rozwiązane.

Gałąź wielu reguł znajduje zastosowanie w czterech przypadkach. Pierwszy polega na tym, że nauczyciel prezentuje tylko zadanie i jego wynik, nie podając przy tym żadnych reguł. Zadaniem uczniów jest wskazanie zasad, które zostały zastosowane na każdym etapie rozwiązywania zadania. Drugi sposób polega na tym, że nauczyciel wskazuje uczniom punkt wyjściowy oraz wszystkie reguły, jakie należy zastosować do rozwiązania zadania. W tym przypadku uczniowie przechodzą do kolejnych etapów rozwiązania zadania, stosując podane reguły. Trzeci sposób zastosowania gałęzi wielu reguł polega na podaniu przez nauczyciela punktu wyjściowego, a zadaniem uczniów jest samodzielne stworzenie gałęzi wielu reguł. Czwarty sposób polega na podaniu uczniom rozwiązania zadania wraz z zastosowanymi zasadami. W gałęzi jednakże nauczyciel celowo popełnia błędy, zarówno w doborze reguł, jaki w zapisie poszczególnych etapów. Zadaniem uczniów jest przeanalizowanie zadania i odnalezienie błędów.



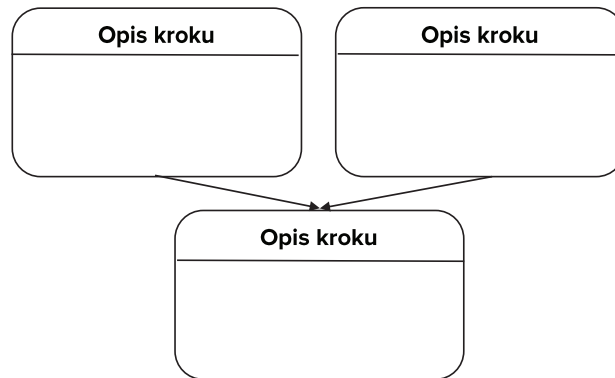
Rysunek 2. Gałąź wielu reguł

Łamacz matematyczny

Ostatnią z map myśli jest łamacz matematyczny. Nie ma możliwości, aby do tego narzędzia skonstruować konkretny szablon, ponieważ jego struktura zależy od zadania. Ogólny zarys łamacza matematycznego można zobaczyć na rysunku 3.

Łamacz dzieli zadanie na kilka etapów. Każdy krok zapisany jest w podzielonym na dwie części prostokącie. W górnej części prostokąta zawarte są instrukcje dla ucznia (opis kroku), a dolna część jest pusta, żeby mógł on dany krok wykonać. Strzałki oznaczają kolejność etapów, tzn. do następnego kroku można przejść dopiero wtedy, kiedy pozostałe kroki opisane w prostokątach zostały wykonane.

Łamacz matematyczny może być zastosowany na trzy różne sposoby. Pierwszy polega na podaniu uczniom gotowego schematu wraz z opisem kroków i zostawieniu pustych miejsc na wpisanie rozwiązania zadania. Drugi sposób polega na podaniu kroków, bez podania zależności między nimi. W celu rozwiązania zadania uczniowie proszeni są o odnalezienie właściwej kolejności działań. Ostatni sposób polega na poleceniu uczniom wykonania wszystkiego samodzielnie.



Rysunek 3. Łamacz matematyczny

MAPY ROZWIĄZYWANIA PROBLEMÓW A WYNIKI UCZNIÓW

Ponieważ mapy rozwiązywania problemów dzielą zadania matematyczne na mniejsze części, uczniowie mogą w danym momencie skupić swoją uwagę tylko na rozwiązaniu konkretnego elementu. Dzięki temu nie są przytłoczeni koniecznością zmierzenia się od razu z całym zadaniem.

Używając schematu typu przykład-wniosek, uczniowie skupiają swój wysiłek na próbach dostrzeżenia określonego wzorca związanego z konkretną regułą matematyczną. Z czasem, kiedy częściej pracują tym narzędziem, poprawia się ich zdolność do myślenia indukcyjnego. Zarówno gałąź wielu reguł jak i łamacz matematyczny dzielą zadanie na mniejsze, łatwiejsze do rozwiązania elementy. Umiejętność wykonania takiej mniejszej części zadania zwiększa u uczniów poczucie pewności siebie, pozwalając im przejść do następnego kroku z większym zaangażowaniem i pewnością we własne możliwości, a to z kolei może skutkować lepszymi wynikami.

Nauczyciele mogą również używać map rozwiązywania problemów do precyzyjnego określania, z którymi elementami materiału uczniowie mają problemy. Ponieważ proces rozwiązywania zadania rozbity jest na mniejsze kroki, nauczyciel może z łatwością określić, która część materiału sprawia uczniom najwięcej trudności, a następnie podjąć odpowiednie działania, by ten problem rozwiązać, np. poprzez odpowiednio dobrane zadania domowe. Taka informacja pozwala nauczycielowi zindywidualizować pomoc, uwzględniając potrzeby poszczególnych uczniów. Ponadto narzędzia te pozwalają matematykom współpracować z nauczycielami pokrewnych przedmiotów, którzy dzięki mapom rozwiązywania problemów mogą również otrzymać informacje o ewentualnych brakach w wiedzy i umiejętnościach uczniów.

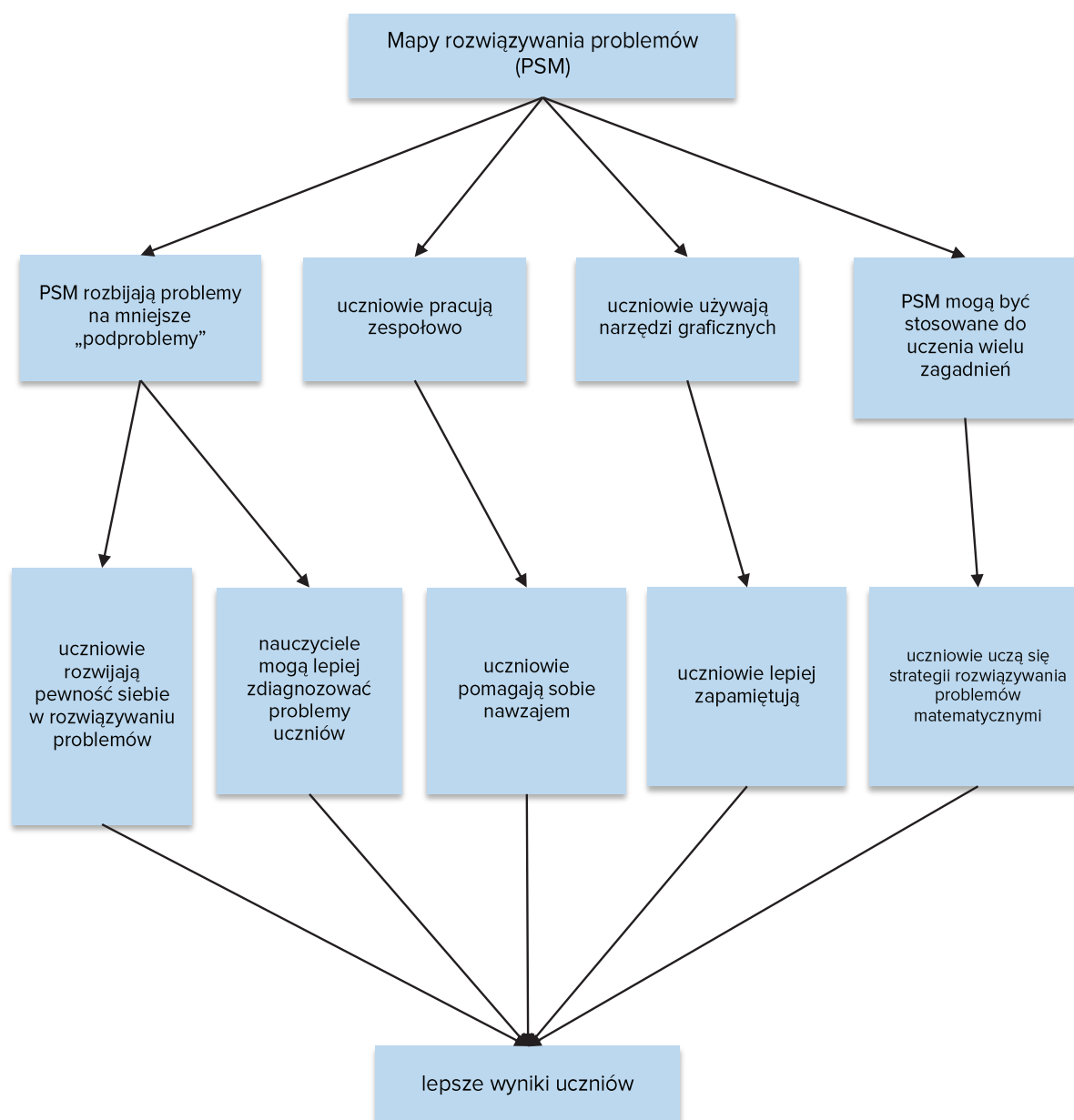
Warto podkreślić, że uczniowie mogą podczas lekcji pracować w grupie i wzajemnie sprawdzać oraz ewentualnie poprawiać własną pracę. Dzięki podzieleniu zadania na etapy i możliwości odniesienia się do konkretnego kroku uczniowie są w stanie samodzielnie monitorować własny proces uczenia się i oceniać swoje postępy. To z kolei prowadzi do rozwoju samodzielności oraz odpowiedzialności za własną edukację. Dodatkowo, dzięki graficznej prezentacji, mapy rozwiązywania problemów mogą poprawić współpracę między uczniami, co w efekcie może mieć wpływ na lepsze wyniki.

Kolejną korzyścią wynikającą z zastosowania PSM są lepsze notatki uczniów, ponieważ po wypełnieniu diagramu mają oni dokładny i przejrzysty przykład tego, jak rozwiązać dany typ zadań. Bez względu na styl pracy nauczyciela, uczniowie będą mieli precyzyjne notatki opisujące wszystkie etapy rozwiązania zadania. Jak wiadomo – wartościowe notatki z lekcji prowadzą do lepszych wyników, gdyż łatwiej się z nich uczyć i prościej zapamiętać informacje.

Można zatem postawić hipotezę, że ucząc się różnorodnych zagadnień matematycznych przy użyciu tych samych narzędzi, uczniowie zaczną dostrzegać pewne schematy, które ułatwią im rozwiązywanie różnych zadań. Z czasem wykształcą w sobie pewne procesy myślowe.

Używając schematu typu przykład-wniosek, uczniowie rozwijają zdolność myślenia indukcyjnego. Gałąź wielu reguł rozwija myślenie dedukcyjne. Natomiast łamacz matematyczny uczy, jak podejść do zadania poprzez podzielenie go na mniejsze elementy.

Schemat poniżej pokazuje korzyści płynące z wprowadzenia map rozwiązywania problemów do pracy w klasie oraz w jaki sposób wpływają one na wyniki uczniów.



Rysunek 4. Korzyści z wprowadzenia map rozwiązywania problemów

2.2.2 Przykłady map rozwiązywania problemów

ODKRYWANIE WŁASNOŚCI, REGUŁ MATEMATYCZNYCH

Dodawanie
ułamków
o tych samych
mianownikach

Przykład 1

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

Przykład 2

$$\frac{7}{8} + \frac{6}{8} = \frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$$

Przykład 3

$$1\frac{2}{7} + 2\frac{1}{7} = 3\frac{3}{7}$$

Wniosek:

Własny przykład

Dzielenie ułamków zwykłych

Przykład 2

$$\frac{3}{8} : \frac{9}{10} = \frac{3}{8} \cdot \frac{10}{9} = \frac{30}{72} = \frac{5}{12}$$

Przykład 1

$$\frac{2}{7} : \frac{5}{9} = \frac{2}{7} \cdot \frac{9}{5} = \frac{18}{35}$$

Przykład 3

$$1\frac{3}{5} : 2\frac{1}{4} = \frac{8}{5} : \frac{9}{4} = \frac{8}{5} \cdot \frac{4}{9} = \frac{32}{45}$$

Wniosek:

Własny przykład

Cecha podzielności liczb przez 3

Przykład 2

72 dzieli się przez 3 bo

$$7 + 2 = 9$$

9 dzieli się przez 3

Przykład 1

2145 dzieli się przez 3

bo

$$2 + 1 + 4 + 5 = 12$$

12 dzieli się przez 3

Przykład 3

222 dzieli się przez 3
bo

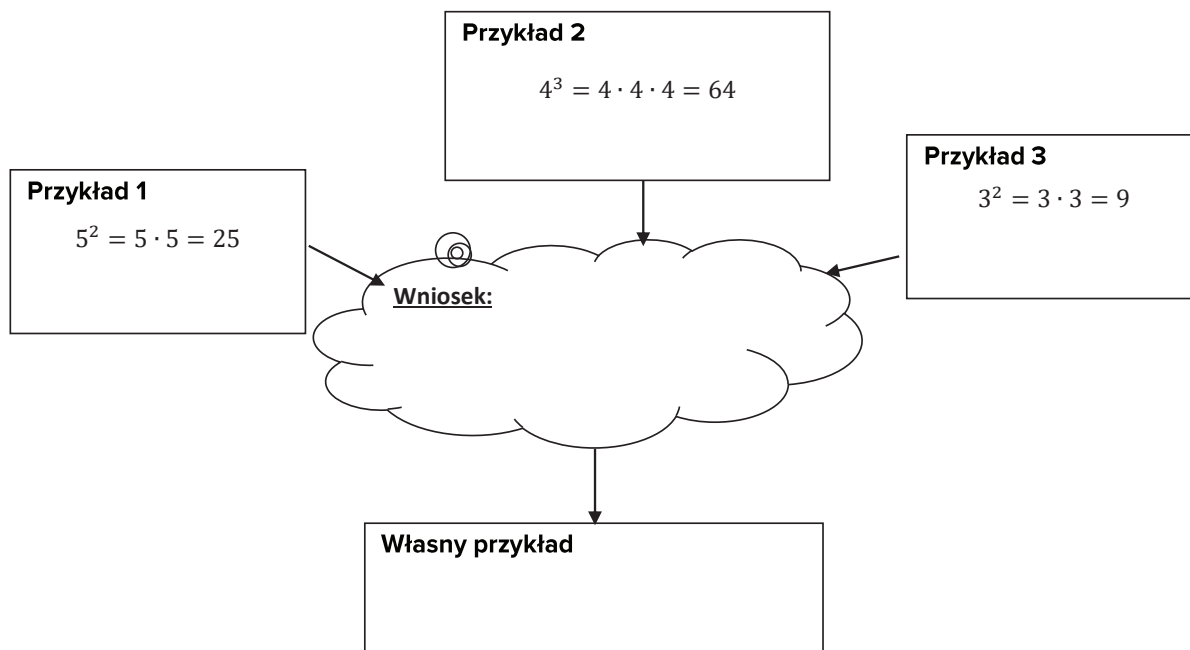
$$2 + 2 + 2 = 6$$

6 dzieli się przez 3

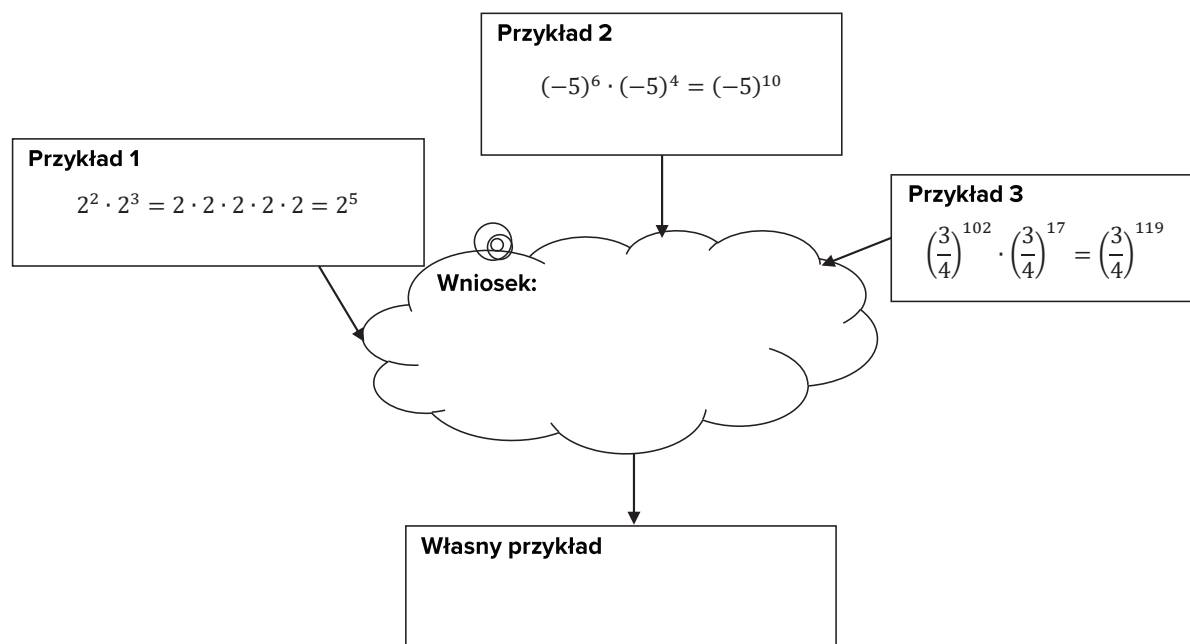
Wniosek:

Własny przykład

Kwadraty i sześciiany liczb



Mnożenie potęg o takich samych podstawach



Mnożenie
potęg
o takich samych
wykładnikach

Przykład 1

$$3^5 \cdot 2^5 = 6^5$$

Przykład 2

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{10} \cdot 8^{10} = \left(\frac{1}{4} \cdot 8\right)^{10}$$

Przykład 3

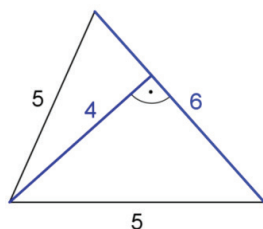
$$\left(1\frac{1}{5}\right)^9 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^9 = \left(1\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6}\right)^9$$

Wniosek:

Własny przykład

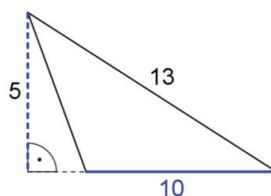
Pole trójkąta

Przykład 1



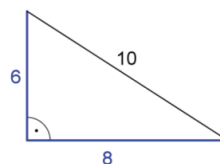
$$P_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4$$

Przykład 2



$$P_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5$$

Przykład 3



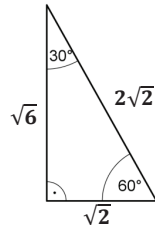
$$P_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8$$

Wniosek:

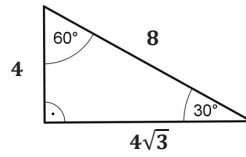
Własny przykład

Zależności
w trójkącie o kątach
 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

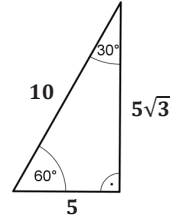
Przykład 1



Przykład 2



Przykład 3

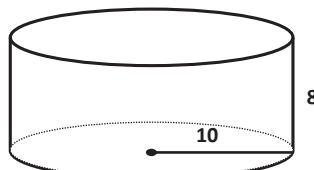


Wniosek:

Własny przykład

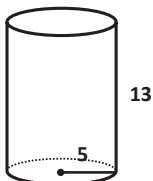
Objętość walca

Przykład 2



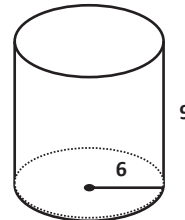
$$V = 10^2 \cdot 8 \cdot \pi$$

Przykład 1



$$V = 5^2 \cdot \pi \cdot 13$$

Przykład 3



$$V = \pi \cdot 6^2 \cdot 9$$

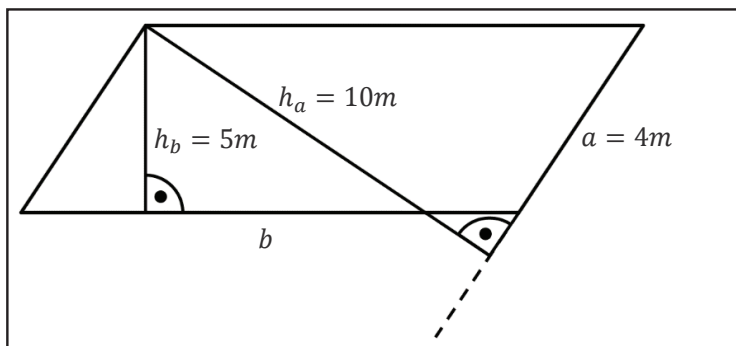
Wniosek:

Własny przykład

STOSOWANIE POZNANYCH WŁASNOŚCI I REGUŁ MATEMATYCZNYCH

Zadanie 1

Oblicz obwód równoległoboku przedstawionego na rysunku:



$$P = 4 \cdot 10 = 40m^2$$

$$b = P : h_b$$

$$b = 40 : 5 = 8m$$

$$Ob = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 8 = 8 + 16 = 24m$$

Odp. Obwód równoległoboku wynosi 24m

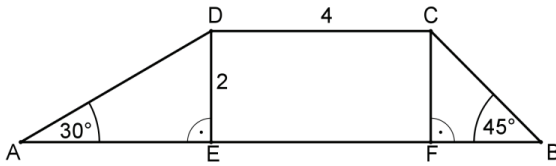
$$P = a \cdot h_a$$

$$P = b \cdot h_b$$

$$Ob = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

Zadanie 2

Oblicz obwód trapezu $ABCD$ przedstawionego na rysunku:



$$|EF| = |DC| = 4$$

$$|DE| = |FC| = 2$$

$$|FB| = |FC| = 2$$

$$|CB| = 2\sqrt{2}$$

$$|\angle ADE| = 60^\circ$$

$$|AD| = 2|ED| = 4$$

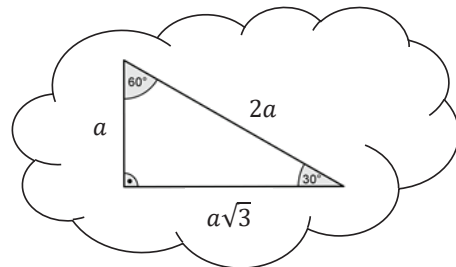
$$|AE| = |ED|\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} Ob &= |AB| + |BC| + |CD| + |DA| = \\ &= (2\sqrt{3} + 4 + 2) + 2\sqrt{2} + 4 + 4 = \\ &= 14 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

Z własności trójkąta prostokątnego o kącie ostrym równym 45°

Ze wzoru na przekątną (d) kwadratu o boku a
 $d = a\sqrt{2}$

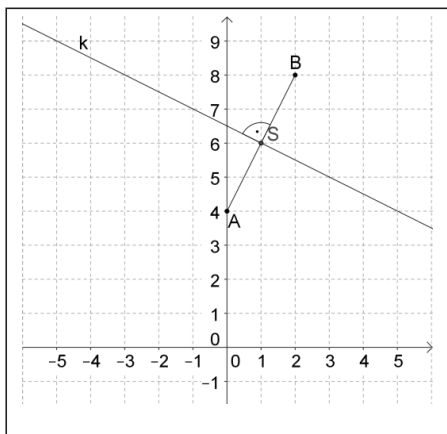
Suma kątów wewnętrznych w trójkącie wynosi 180°



Obwód wielokąta to suma długości wszystkich jego boków

Zadanie 3

Napisz równanie symetralnej k odcinka o końcach $A = (0, 4)$ i $B = (2, 8)$.



$$S = \left(\frac{0+2}{2}, \frac{4+8}{2} \right)$$

$$S = (1, 6)$$

$$a = \frac{8-4}{2-0} = 2$$

$$a_1 = -\frac{1}{2}$$

$$k: y = -\frac{1}{2}x + b$$

$$S \in k \text{ więc}$$

$$6 = -\frac{1}{2} \cdot 1 + b$$

$$6 + \frac{1}{2} = b$$

$$b = 6\frac{1}{2}$$

$$k: y = -\frac{1}{2}x + 6\frac{1}{2}$$

Srodek odcinka AB

$$A = (x_A, y_A) \quad B = (x_B, y_B)$$

$$S = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

Współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa dane punkty

$$A = (x_A, y_A) \quad B = (x_B, y_B)$$

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej do prostej

$$y = ax + b, \text{ to } a_1 = -\frac{1}{a}$$

Współrzędne punktu należącego do prostej spełniają jej równanie

Zadanie 4

Wyznacz równanie prostej k prostopadłej do prostej m o równaniu $2x - y + 1 = 0$ przechodzącej przez punkt $P = (4, -3)$.

$$2x - y + 1 = 0$$

$$y = 2x + 1$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot a_2 &= -1 \\ a_2 &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y - (-3) &= -\frac{1}{2}(x - 4) \\ k: y &= -\frac{1}{2}x - 1 \end{aligned}$$

Równanie kierunkowe prostej
 $y = ax + b$

Warunek prostopadłości
prostych $a_1 \cdot a_2 = -1$

$y - y_0 = a(x - x_0)$
równanie prostej o współczynniku
kierunkowym a przechodzącej
przez punkt $P = (x_0, y_0)$

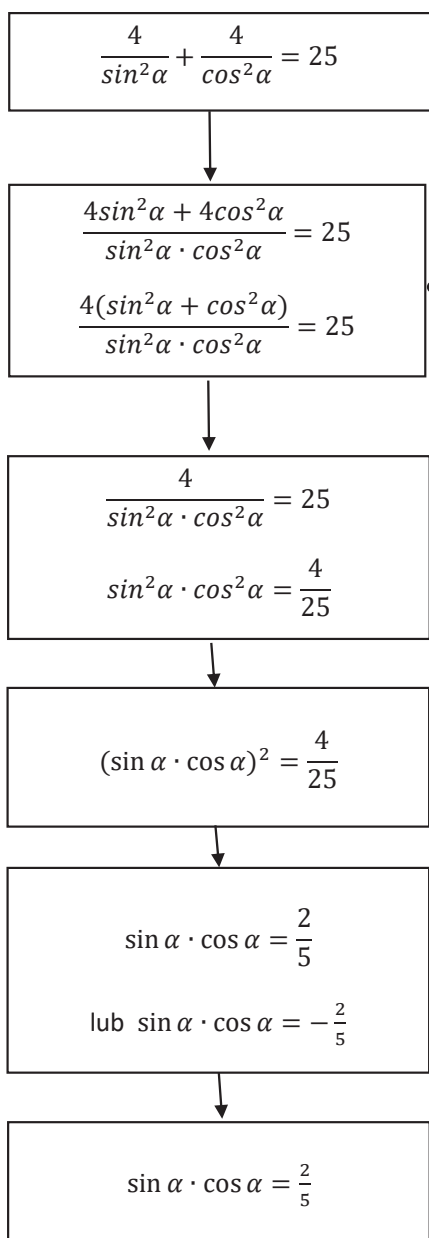


Zadanie 5

Kąt α jest ostry oraz $\frac{4}{\sin^2 \alpha} + \frac{4}{\cos^2 \alpha} = 25$

Oblicz wartość wyrażenia $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

(Egzamin maturalny z matematyki, CKE, sierpień 2014, zad. 29)



$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + cb}{bd}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$$

$$x^2 = a \text{ i } a \in R_+$$

$$x = \sqrt{a} \text{ lub } x = -\sqrt{a}$$

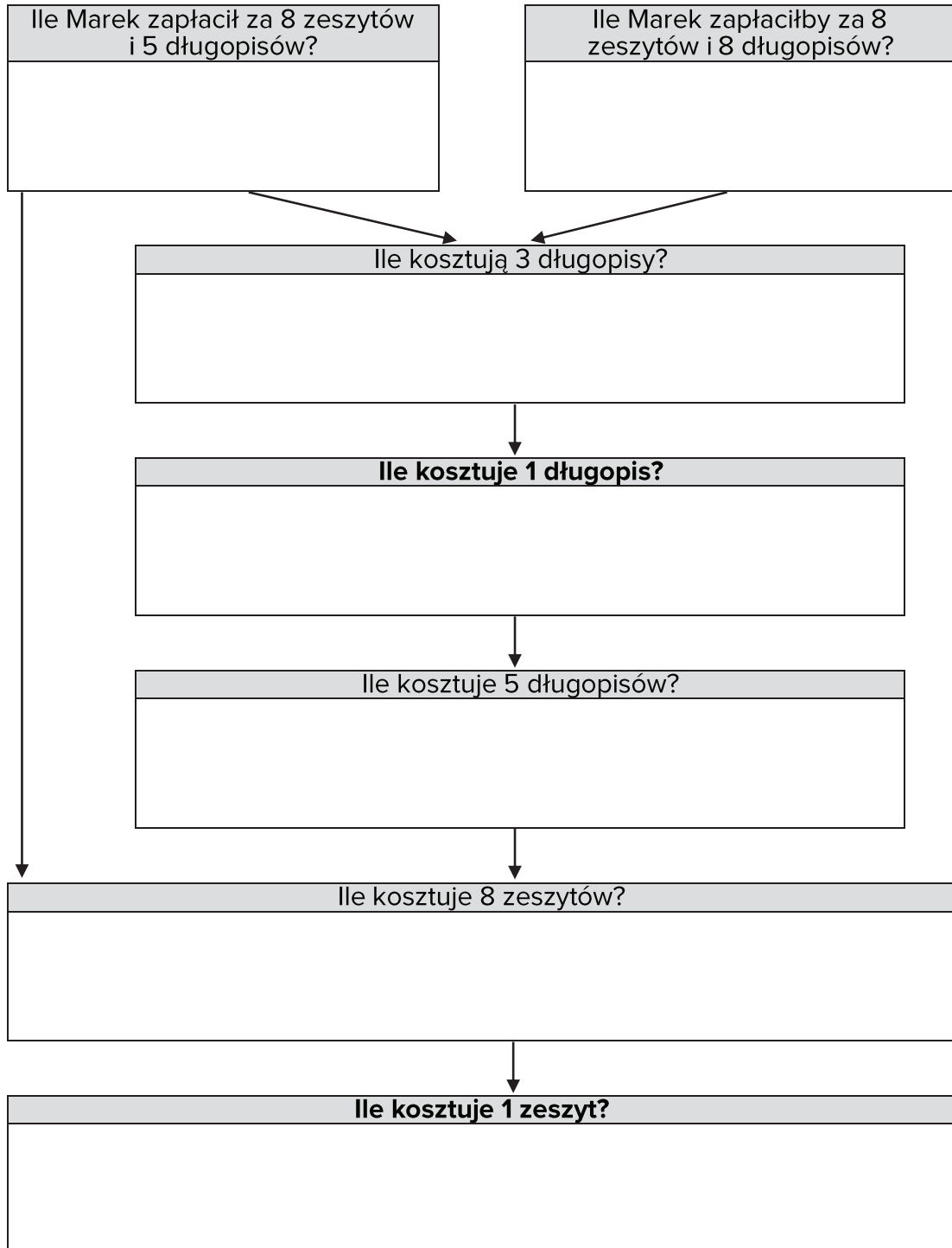
$$\text{dla } \alpha \in (0, 90^\circ)$$

$$\sin \alpha > 0 \text{ i } \cos \alpha > 0$$

ROZWIĄZYWANIE PROBLEMÓW MATEMATYCZNYCH

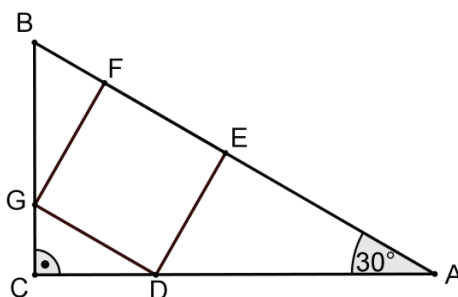
Zadanie 6

Za 8 jednakowych zeszytów i 5 jednakowych długopisów Marek zapłacił 52 zł. Gdyby kupił o 3 długopisy więcej, to zapłaciłby 61,60 zł. Ile kosztuje jeden długopis, a ile jeden zeszyt?
(Sprawdzian 2012, CKE, zad. 21)



Zadanie 7

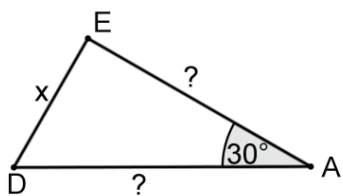
Miara kąta CAB trójkąta prostokątnego ABC wynosi 30° . Pole kwadratu $DEFG$, wpisanego w ten trójkąt jest równe 4. Oblicz pole trójkąta ABC .



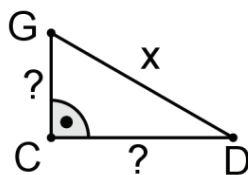
Podaj wartość pola kwadratu $DEFG$

Oblicz długość boku kwadratu (x)

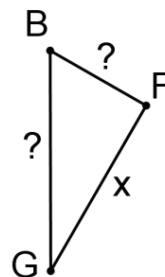
Określ miary kątów i zależności pomiędzy bokami w trójkącie DAC



Określ miary kątów i zależności pomiędzy bokami w trójkącie CDG



Określ miary kątów i zależności pomiędzy bokami w trójkącie GFB



Oblicz długość odcinka AD

Oblicz długość odcinka CD

Oblicz długość odcinka CG

Oblicz długość odcinka BG

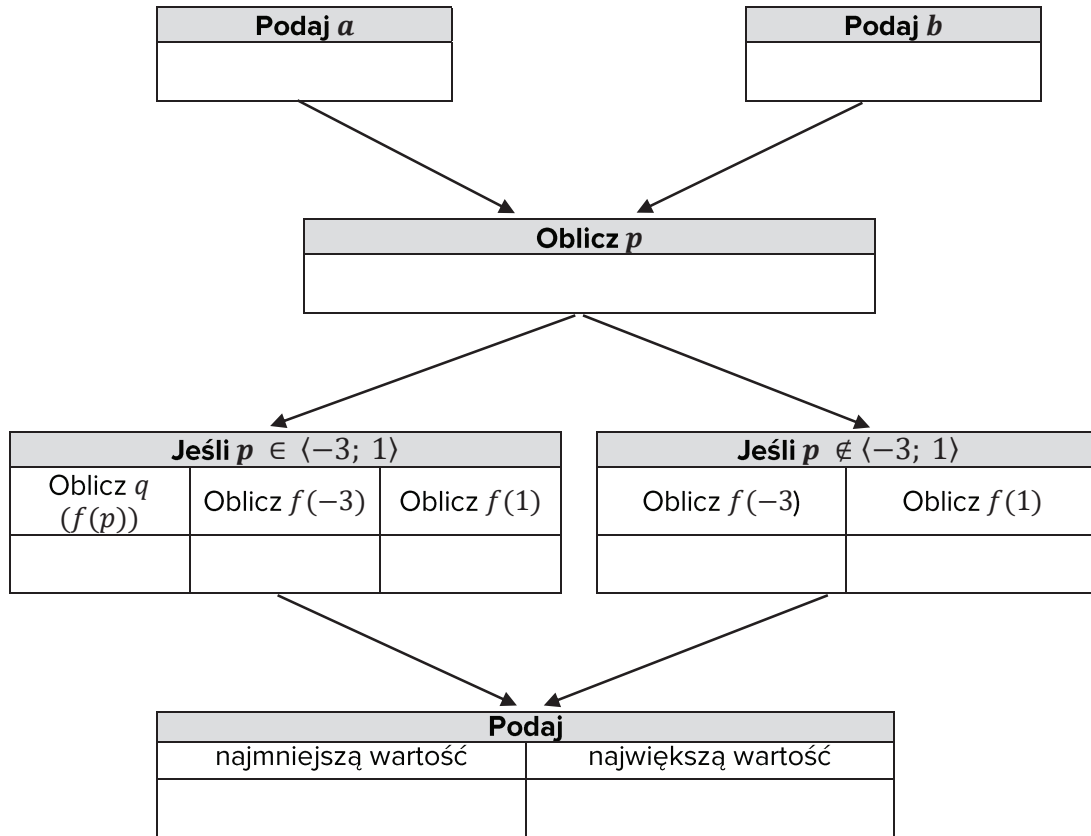
Oblicz długość boku AC

Oblicz długość boku BC

Oblicz pole trójkąta ABC

Zadanie 8

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = x^2 + 4x - 6$ w przedziale $\langle -3; 1 \rangle$.

**Uwaga!**

Przystępując do pracy z powyższą mapą uczeń:

- potrafi zinterpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej podanym w postaci ogólnej,
- zna wzory na współrzędne wierzchołka paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej oraz potrafi je obliczyć,
- potrafi wyznaczyć wartość funkcji kwadratowej dla danego argumentu.

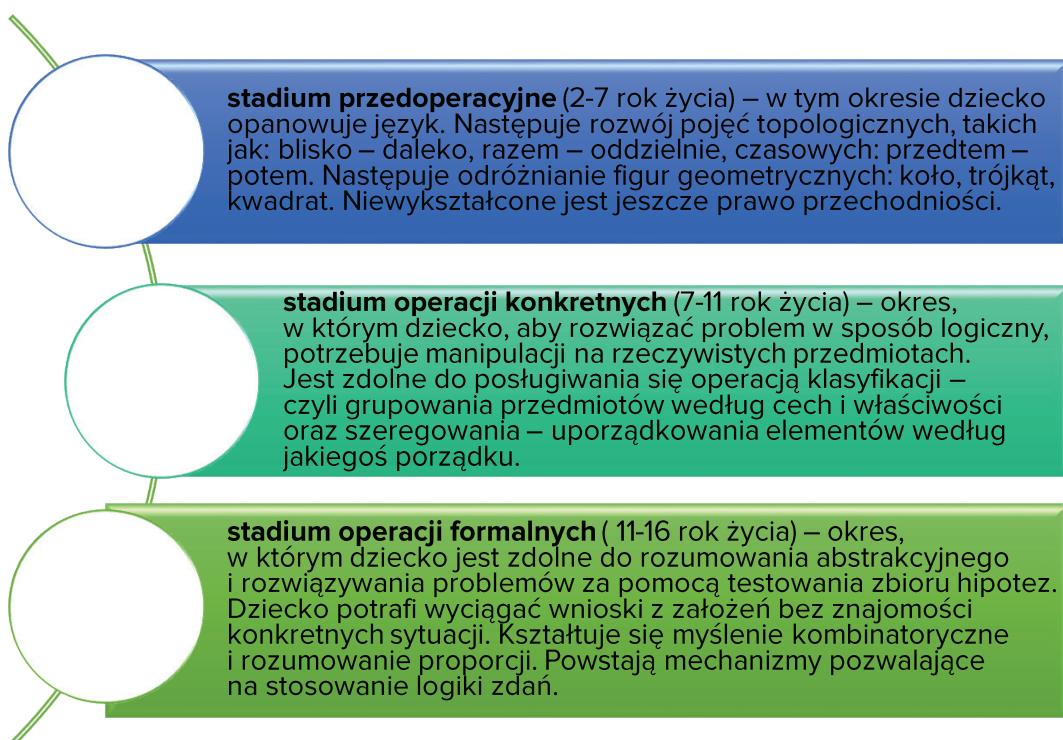
2.3 Czynnościowe nauczanie geometrii

OD KONKRETU DO ABSTRAKCJI

Twórcą koncepcji czynnościowego nauczania matematyki jest prof. Zofia Krygowska, która w książce „Zarys dydaktyki matematyki”⁹ mówi, że *czynnościowe nauczanie matematyki jest postępowaniem dydaktycznym uwzględniającym stale i konsekwentnie operatywny charakter matematyki równoległe z psychologicznym procesem interioryzacji (inaczej uwewnętrznienie) prowadzącym od czynności konkretnych i wyobrażeńiowych do operacji abstrakcyjnych.*

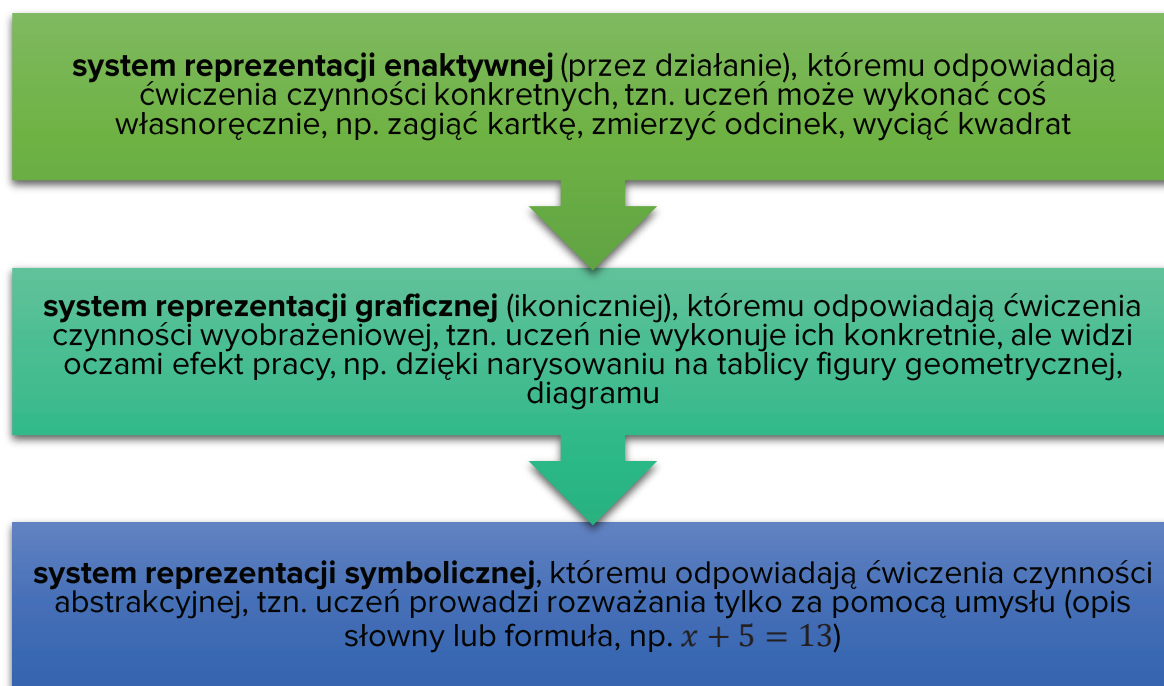
Z powyższej definicji wynika, że koncepcja czynnościowego nauczania matematyki opiera się na dwóch podstawach: metodologii matematyki jako nauki i na psychologii rozwoju dziecka.

Okresy rozwoju przypadające na czas nauki przedszkolnej i szkolnej to:



⁹ Krygowska Z. *Zarys dydaktyki matematyki*, cz. 1, Warszawa 1977, s. 127

W każdym z trzech przedstawionych stadiów proces nauczania powinien przejść przez trzy systemy przetwarzania i przyswajania informacji, to jest:



Z tej charakterystyki wynika, że nauczyciel, przygotowując propozycję dydaktycznego opracowania pojęcia w sposób czynnościowy, powinien dokonać matematycznej analizy operacji tkwiących w tym pojęciu (wyróżnić cały ciąg czynności prowadzących do konstrukcji jego wyznaczników). Równolegle należy – uwzględniając prawidłowości psychologiczne – **zaplanować różnego rodzaju ćwiczenia pozwalające uczniowi przebyć drogę od czynności konkretnych, poprzez wyobrażeniowe do abstrakcyjnych.**

Prof. Zofia Krygowska charakteryzuje szereg zabiegów dydaktycznych, które mają na celu zapewnienie prawidłowości i efektywności kształcenia z użyciem metod czynnościowego nauczania matematyki. Są to następujące zalecenia:

1. wiązanie treści matematycznych z wyraźnie formułowanymi schematami postępowania (np. definicje, reguły wynikające z twierdzeń, jak to mogą wykorzystać? itp.),
2. wiązanie operacji z operacjami do nich odwrotnymi,
3. wiązanie operacji z różnych dziedzin matematyki w bardziej złożone schematy,
4. uwzględnienie różnych ciągów operacji prowadzących do tego samego rezultatu (np. omawianie różnych sposobów rozwiązywania tego samego zadania),
5. stawianie ucznia w sytuacjach konfliktowych,
6. opis słowny operacji myślowych (co robię?),
7. algorytmizacja rozwiązania zadania z zastosowaniem różnych form zapisu (drzewa, grafy, diagramy, itp.)
8. uczenie korzystania z lektury matematycznej zawsze z ołówkiem w ręku i kartką, z tłumaczeniem tekstu na ciąg operacji.

Zagorzałą zwolenniczką koncepcji czynnościowego nauczania matematyki jest Helena Siwek, uczennica i kontynuatorka myśli prof. Zofii Krygowskiej. W książce „Czynnościowe nauczanie matematyki”¹⁰ Helena Siwek przekłada opis ww. zaleceń na język czynności. Proponuje następujące typy zadań:

¹⁰ Siwek H. *Czynnościowe nauczanie matematyki*, Warszawa 1998

1. Ćwiczenia „wprost”, w których uczeń wykonuje proste czynności prowadzące do konstrukcji na przykład desygnatów (inaczej wyznaczników) pojęcia.
2. Ćwiczenia odwrotne do powyższych.
3. Ćwiczenia tej samej czynności myślowej na różnych materiałach, w różnych sytuacjach, z zastosowaniem różnych zmiennych, w różnych położeniach.
4. Ćwiczenia, które prowadzą do różnych ciągów czynności o takim samym rezultacie, różne sposoby rozwiązania, racjonalny wybór strategii jako najbardziej odpowiedniej i ekonomicznej drogi, która prowadzi do rozwiązania.
5. Ćwiczenia w słownym opisie czynności danego rodzaju, konstruowanie planów postępowania opisujących schematy czynności prowadzących do tworzenia przykładów definicji, zastosowania twierdzeń.
6. Ćwiczenia, które prowokują konflikt myślowy, kontrprzykłady, skrajne przypadki, zadania z błędami uwypuklające istotne warunki definicji, założenia twierdzeń.
7. Ćwiczenia w różnych formach przedstawiania, ilustrowania albo zapisu tego samego zadania, opisy tradycyjne, drzewka.

Zauważmy, że zgodnie z koncepcją czynnościowego nauczania matematyki należy zaplanować ćwiczenia wymienionych typów na poziomie operacji konkretnych, wyobrażeniowych oraz abstrakcyjnych.

Dla zilustrowania zasad czynnościowego nauczania matematyki (geometrii) posłużymy się przykładem kształtowania pojęcia siatki sześcianu oraz twierdzenia o przystawianiu trójkątów.

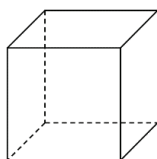
KSZTAŁCENIE POJĘCIA SIATKI SZEŚCIANU

I. Przykłady ćwiczeń prowokujących czynności konkretne

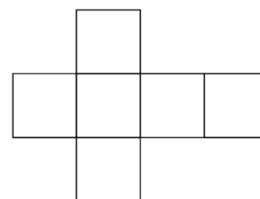
Zadanie 1

Tomek rozciął wzdłuż krawędzi pudełko w kształcie sześcianu (rys. a) i rozłożył na blacie stołu.

a)



b)

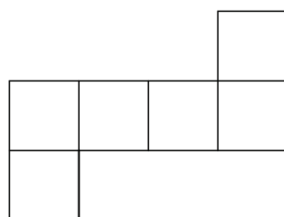


W ten sposób otrzymał siatkę sześcianu (rys. b).

Wykonaj doświadczenie takie jak Tomek. Czy otrzymałeś taką samą siatkę sześcianu jak na rysunku b?

Zadanie 2

Przerysuj poniższy rysunek na kartkę, przyjmując, że bok kwadratu ma 3 cm. Następnie wytnij i sprawdź, czy jest to siatka sześcianu?



II. Przykłady ćwiczeń prowokujących czynności wyobrażeniowe

Zadanie 1

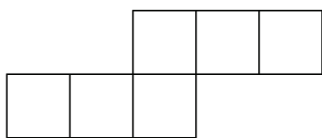
Narysuj siatkę sześcianu o krawędzi długości 2,5 cm.

Zadanie 2

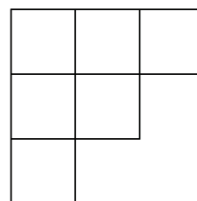
Wskaż rysunki, na których przedstawiono siatki sześcianów.

Zadanie 3

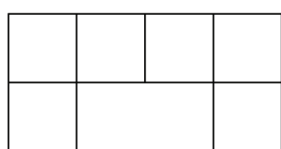
a)



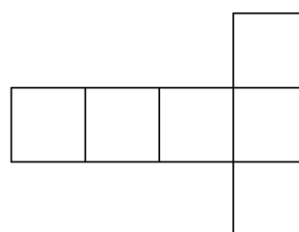
b)



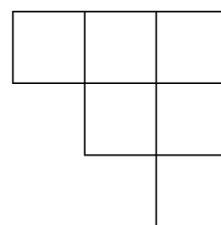
c)



d)



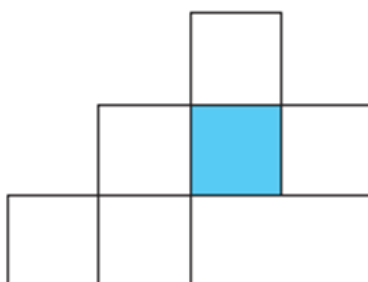
Przerysuj do zeszytu i uzupełnij rysunek tak, aby ilustrował siatkę sześcianu.



III. Przykłady ćwiczeń prowokujących czynności abstrakcyjne

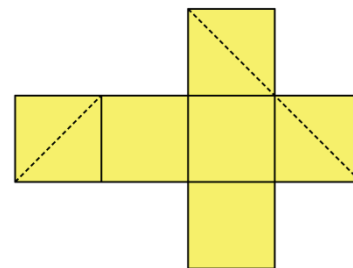
Zadanie 1

Narysuj daną siatkę w skali 2:1 i pokoloruj ścianę, która po złożeniu sześcianu będzie równoległa do zamalowanej.



Zadanie 2

Pudełko, w które zapakowano prezent, ma kształt sześcianu o krawędzi 4,8 dm. Zaprojektuj siatkę tego pudełka w skali 1:6.



Zadanie 3

Sześcian przecięto płaszczyzną. Na siatce sześcianu zaznaczono linią przerywaną ślad tego przekroju. Jaką figurą jest ten przekrój?

PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA CZYNNOŚCIOWEGO NAUCZANIA DO WPROWADZANIA NOWYCH TWIERDZEŃ

Twierdzenie: Jeżeli boki jednego trójkąta są odpowiednio równe trzem bokom drugiego trójkąta, to te trójkąty są przystające.

Dla większości uczniów tak sformułowane twierdzenie jest początkowo bardzo trudne. Nie rozumieją oni bowiem wynikania w sensie logicznym, powiązania założenia twierdzenia z jego tezą. Zdają sobie jednak dobrze sprawę z wynikania w sensie przyczyny i skutku, a w szczególności w sensie efektu pewnego działania.

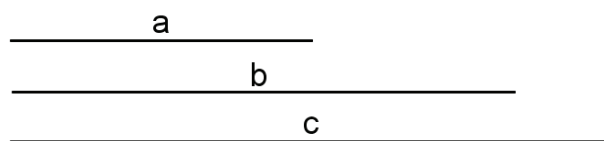
Gdy poddamy powyższe twierdzenie opracowaniu „czynnościowemu”, jego treść stanie się bardziej przejrzysta.

I. Przykłady ćwiczeń prowokujących czynności konkretne

Zadanie 1

Skonstruuj trójkąt o bokach a , b , c .

Wytnij ten trójkąt.



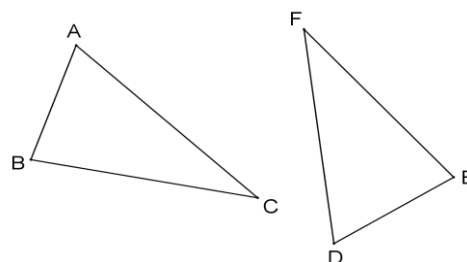
Porównaj trójkąt, który otrzymałeś, z trójkątem, który otrzymał twój sąsiad z ławki. Co zauważyłeś?

Zadanie 2

Dane są dwa trójkąty ABC i DEF . Zmierz długości boków tych trójkątów. Co zauważyłeś?

Zadanie 3

Złóż kartkę na pół. Na jednej połowce narysuj dowolny trójkąt. Następnie wytnij narysowany trójkąt (mając kartkę podwójnie złożoną). Powinieneś otrzymać dwa trójkąty. Jakie to są trójkąty?

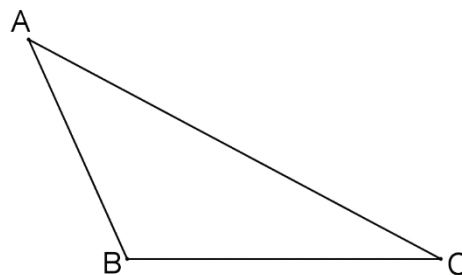


II. Ćwiczenia prowokujące czynności wyobrażeniowe

Zadanie 1.

Dany jest trójkąt ABC . Skonstruuj trójkąt KLM , taki, że $|KL| = |AB|$, $|LM| = |BC|$ i $|KL| = |AC|$.

Czy trójkąty ABC i KLM są przystające? Odpowiedź uzasadnij.



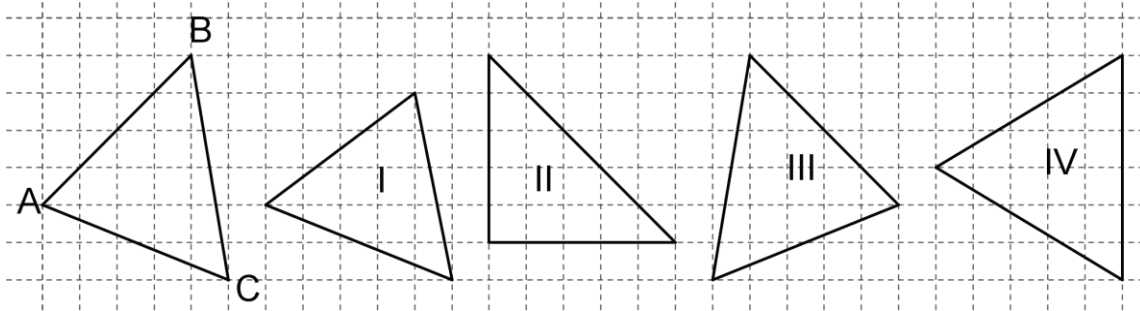
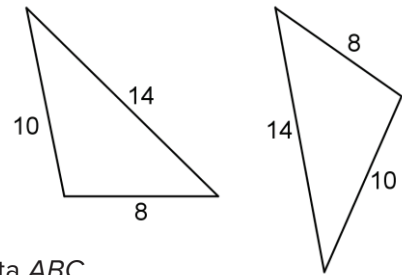
Zadanie 2

Czy trójkąty przedstawione na rysunku są przystające?

III. Zadania prowokujące czynności abstrakcyjne

Zadanie 1

Który z narysowanych trójkątów jest przystający do trójkąta ABC .



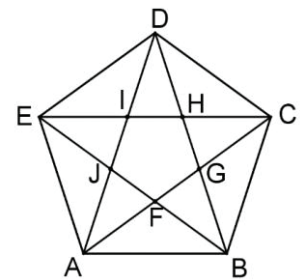
Matematyka 1, podręcznik do klasy 1 gimnazjum, GWO

Zadanie 2

Pięciokąt jest foremny. Wskaż trójkąt przystający do trójkąta. (CKE, egzamin maturalny pp, czerwiec 2012)

Zadanie 3

Narysuj dowolny trójkąt ABC oraz prostą a , która nie ma punktów wspólnych z trójkątem. Znajdź obraz trójkąta ABC w symetrii względem prostej a i oznacz jego wierzchołki A' , B' i C' . Czy trójkąty ABC i $A'B'C'$ są przystające? Odpowiedź uzasadnij.



Kreśląc trójkąty o odpowiednio równych bokach i odwzorowując jeden trójkąt na drugi, uczniowie przekonują się doświadczalnie, że te trójkąty są przystające. Opisując wykonane czynności i otrzymany wynik, z łatwością formują wniosek: *Jeżeli zbudujemy dwa trójkąty o odpowiednio równych bokach, to otrzymamy trójkąty przystające.*

W ten sposób sprowadzamy tezę twierdzenia do pewnych czynności opisanych w założeniu, uczymy rozumienia związku między założeniem i tezą twierdzenia: jeżeli zbudowane przez nas trójkąty mają właściwości podane w założeniu, to bez dalszych doświadczeń możemy już być pewni, że mają one też właściwości wymienione w tezie.

2.4 Eksperymenty matematyczne

To, co odkryć musiałeś samodzielnie, zostawia w twym umyśle ścieżkę, którą w razie potrzeby możesz pójść jeszcze raz.
Georg Christoph Lichtenberg

A może eksperyment?

Jako innowacja pedagogiczna służy podnoszeniu skuteczności kształcenia matematyki. Pobudza ciekawość poznawczą uczniów, co najczęściej prowadzi do pozytywnych rezultatów nauczania.

Podstawa programowa mówi, że:

Zadaniem szkoły jest podwyższenie poziomu umiejętności matematycznych uczniów.

Należy zwrócić szczególną uwagę na następujące kwestie:

1. czynny udział w zdobywaniu wiedzy matematycznej przybliży dziecko do matematyki, rozwija kreatywność, umożliwia samodzielne odkrywanie związków i zależności; duże możliwości samodzielnych obserwacji i działań stwarza geometria, ale także w arytmetyce można znaleźć obszary, gdzie uczeń może czuć się odkrywcą.

Jak zainteresować uczniów, aby w dostępny i ciekawy sposób zrealizować określone w podstawie programowej zadania szkoły? Jedną z propozycji jest wykorzystanie eksperymentu jako metody nauczania, która prowadzi do podwyższenia u uczniów poziomu rozumienia matematyki i posługiwania się nią w praktyce. Zaplanowanie matematycznego eksperymentu może być ciekawym wyzwaniem dla nauczyciela i ucznia, ponieważ pozwala na wykonanie wielu ciekawych zadań na różnych poziomach trudności.

Częstsze stosowanie eksperymentu jako metody nauczania, która wykorzystuje naturalną ciekawość poznawczą uczniów, prowadzi do podwyższenia poziomu umiejętności rozwiązywania problemów o charakterze matematycznym.

Konstruowanie wiedzy i umiejętności matematycznych w szkole wymaga zaangażowania myślenia (rozwiązywanie problemów), procesów poznawczych istotnych dla myślenia matematycznego (dostrzeganie związków, prawidłowości, myślenie przez analogię), aktywności werbalnej (wyjaśnianie, opowiadanie, pytanie, argumentowanie), budowania własnych strategii rozwiązania, współpracy z rówieśnikami w klasie, a także akceptacji dla błędów jako podstawy uczenia się.

Procesy dochodzenia do rozumienia pojęć matematycznych wymagają samodzielnych eksperymentów, poszukiwań i badań. Wnioski wynikające z podejmowanych i realizowanych samodzielnie zadań kształtują umiejętności stosowania wzorów, modeli, wykresów i zestawień w celu prezentacji i argumentacji odnalezionych związków.

Doświadczenie 1 – „Żaba”

1. Przeczytaj uważnie treść zadania:

Pewna żaba postanowiła przeskoczyć z jednego brzegu rzeki na drugi brzeg.

W pierwszym skoku żaba przebyła połowę odległości do drugiego brzegu.

Po pierwszym skoku żaba zdecydowała się na powrót, ponownie przebywając połowę drogi do brzegu, z którego wyruszyła.

Po każdym skoku żaba zmieniała swoją decyzję, skacząc raz w stronę jednego lub drugiego brzegu, pokonując za każdym razem drogę równą połowie oddanego przed chwilą skoku. Gdzie zakończy się podróż żaby? Zakładamy, że żaba wykona nieskończenie wiele skoków.

2. Zaznacz na rysunku położenie żaby po 5 kolejnych skokach. Zakładamy, że żaba rozpoczyna swoją wędrówkę z punktu A.



3. Uzupełnij tabelę, przyjmując $AB = 1$

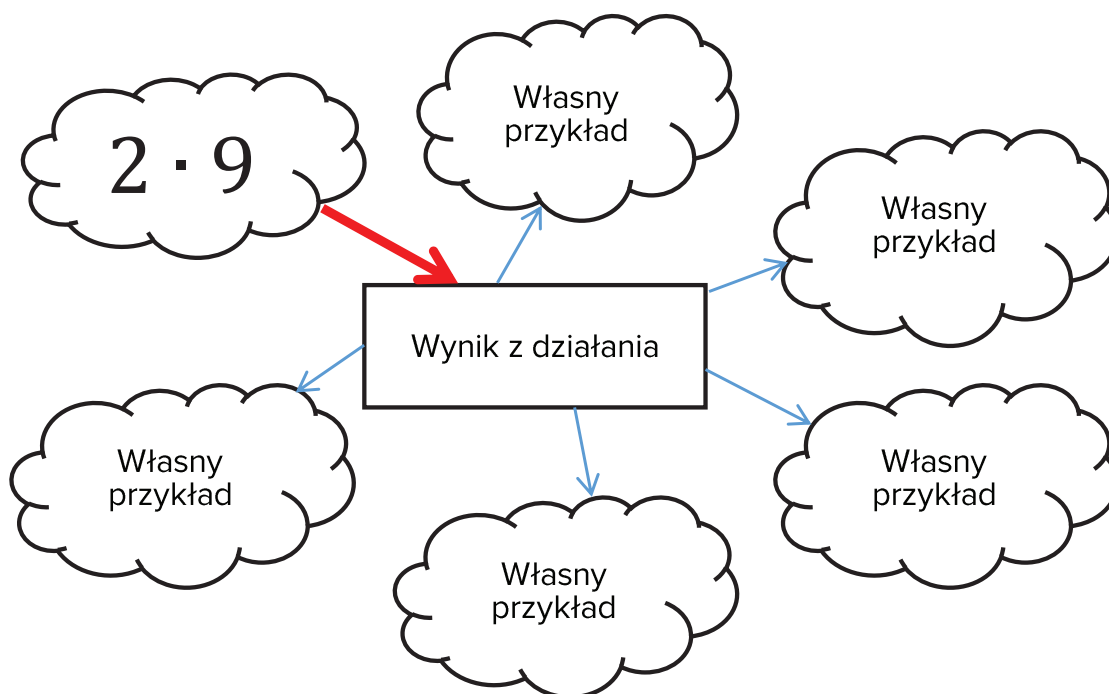
Nr skoku	Skierowanie skoku ($A \rightarrow B$ lub $A \leftarrow B$)	Długość skoku	Odległość od punktu A	Odległość od punktu A z dokładnością do 0,01
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Wskazówka: Wpisując wyniki w kolumnach „Długość skoku” i „Odległość od punktu A”, używaj ułamków zwykłych. Ponadto w kolumnie „Odległość od punktu A” zapisuj działania, nie wykonując obliczeń.

4. Przyjrzyj się wartościom w ostatniej kolumnie tabeli („Odległość od punktu A z dokładnością do 0,01”). Jak może zmieniać się odległość od punktu A w kolejnych skokach?
.....
5. Zapisz w postaci sumy odległość od punktu A po 10 skokach. Oblicz tę odległość.
.....
6. Zapisz w postaci sumy odległość od punktu A po n skokach:
.....
7. Zapisz w postaci sumy odległość od punktu A po nieskończonej liczbie skoków i oblicz tę sumę:
.....
8. Gdzie zakończy się podróż żaby? Odpowiedź:
.....

Doświadczenie 2 – Tabliczka mnożenia

Uczniowie pracują w grupach, każda grupa otrzymuje instrukcję i schemat:



Część I

1. Wykonaj działanie zapisane w chmurce, wynik wpisz w prostokącie.
 2. W pustych chmurkach podaj własne przykłady działań na mnożenie, aby otrzymać taki sam wynik.
- W wykonaniu tego zadania pomoże ci przeprowadzenie poniższego doświadczenia.

Część II

3. Weź tyle żetonów, ile otrzymałeś w wyniku mnożenia (mogą być to być inne przedmioty, np. koraliki, pchełki). Ustaw je w **dwóch** rzędach po tyle samo w każdym. Ile żetonów jest w każdym rzędzie?

.....

4. Dobierz ponownie taką samą liczbę żetonów (poprzednio ułożone pozostaw bez zmian), następnie ustaw je w **dziwięciu** rzędach po tyle samo w każdym. Ile żetonów jest w każdym rzędzie?

.....

Co zauważyłeś?

.....

Część III

5. Zbierz żetony. Weź ponownie taką samą liczbę żetonów. Ustaw je w trzech rzędach po tyle samo w każdym. Ile żetonów jest w każdym rzędzie?

.....

6. Dobierz ponownie taką samą liczbę żetonów (poprzednio ułożone pozostaw bez zmian). W ilu rzędach można ułożyć jeszcze żetony, aby w każdym było ich tyle samo?

.....

Ile żetonów jest w każdym takim rzędzie?

.....

Część IV

7. Zbierz żetony. Czy można ustawić je w czterech rzędach? Dlaczego?

.....

Część V

8. Weź inną liczbę żetonów, np. 24. Samodzielnie określ liczbę rzędów, w których chcesz układać żetony. Staraj się ułożyć żetony tak, aby w każdym rzędzie było ich tyle samo.

9. W ilu rzędach można ułożyć te żetony, aby w każdym rzędzie była ich taka sama liczba?

.....

Ile żetonów jest wówczas w każdym takim rzędzie?

.....

Wyniki swojego doświadczenia wpisz w schemacie.

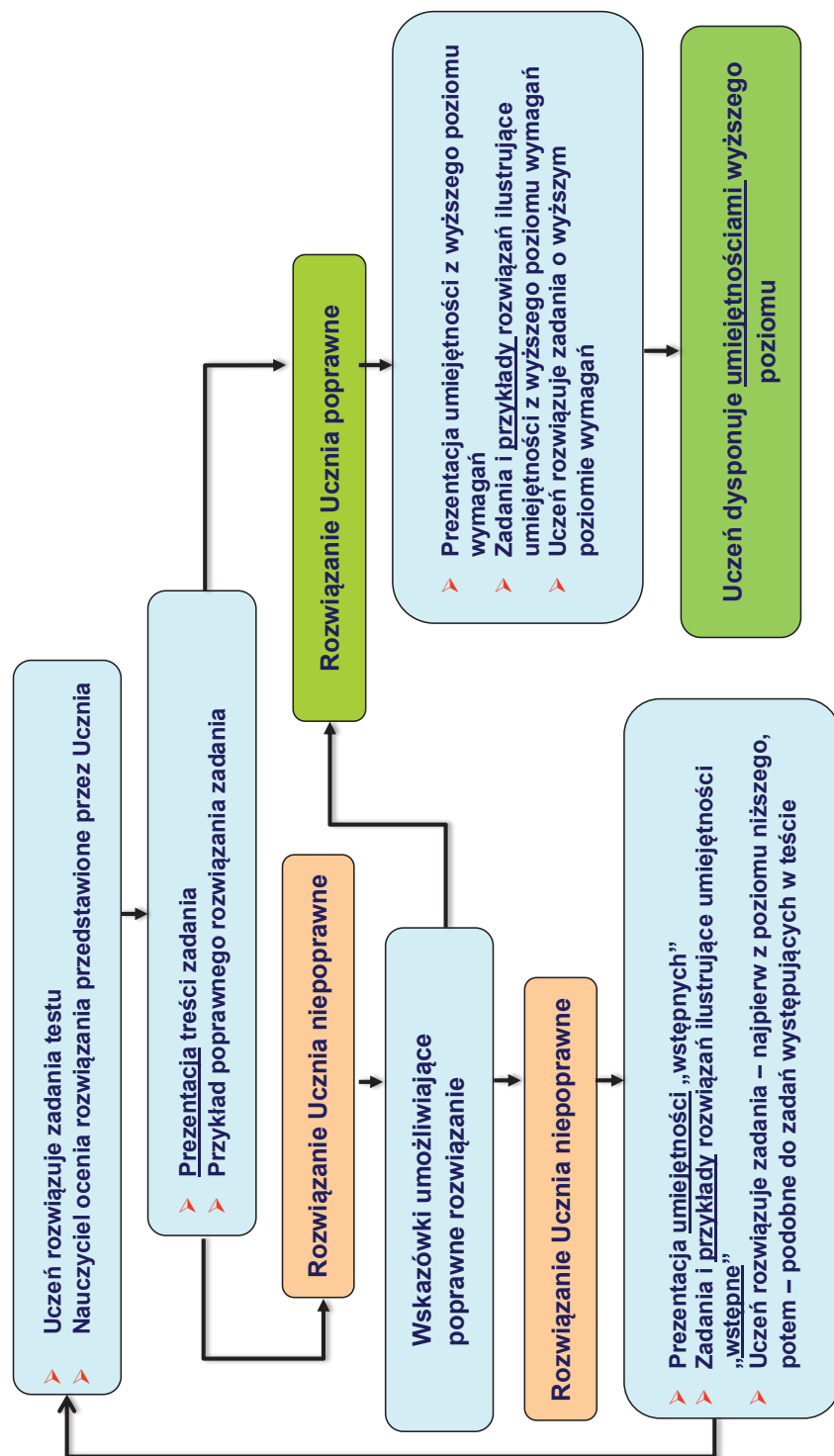
2.5 Ocenianie orientujące

Ocenianie orientujące (ang. *interim assessment*) – to innowacyjny sposób nauczania i oceniania uczniów. Oparty jest na wspólnej pracy nauczyciela i ucznia, w której odpowiedzialność za uczenie się spoczywa na uczniu, a rolą nauczyciela jest bycie jego przewodnikiem. Ocenianie orientujące pomaga zrozumieć uczniowi: czego nie umiem?, dlaczego nie dałem rady rozwiązać zadania?, czego powinienem się nauczyć? – stąd koncepcja budowania przez nauczycieli komentarzy dydaktycznych, które wskazują indywidualny kierunek rozwoju ucznia.

ZALETY OCENIANIA ORIENTUJĄCEGO:

- A** angażuje uczniów do uczestnictwa w procesie uczenia się
- B** buduje relacje nauczyciel – uczeń
- C** czyni ucznia aktywnym uczestnikiem procesu uczenia się
- D** daje wskazówki, jak należy się uczyć
- E** efektywnie wspiera proces uczenia się
- F** formułuje zasady ukierunkowane na rozwój ucznia
- G** głęboko powiązane z całością procesu kształcenia, godzi cele procesów: uczenia i nauczania
- H** harmonizuje z procesem nauczania, hamująco działa na stres ucznia
- I** inspiruje do rozwoju, interpretuje osiągnięcia uczniów
- J** jest jak „bieg na orientację” (prof. zw. dr hab. Bolesław Niemierko)
- K** kieruje uwagę na zdolności uczniów, koncentruje się na dobrym nauczaniu
- L** likwiduje braki wiedzy ucznia
- M** motywuje do nauki
- N** niweluje lęk i strach przed niepowodzeniem, naprowadza uczniów na właściwe sposoby uczenia się
- O** orientuje na rozwój ucznia, obrazuje pracę uczniów
- P** pomaga uczyć się, psychicznie wzmacnia ucznia
- R** rozbudza motywację uczenia się, rozwija uczniowską zdolność do samooceny
- S** skłania nauczycieli do pisania komentarzy dydaktycznych
- T** traktuje ucznia podmiotowo
- U** uczy organizacji uczenia się, uświadamia uczniom ich odpowiedzialność za uczenie się
- V** wypełnia lukę między ocenianiem kształtującym a sumującym, wspiera uczenie się
- W** zachęca do samodzielnej pracy i nauki

Interaktywny model systemu wskazywania kierunku rozwoju indywidualnego



Za: Alina Komorowska, Eizbieta Ostaficzuk, 2011, Ewaluacja opisowa osiągnięć uczniów [...] XVII Konferencja PTDE „EWALUACJA W EDUKACJI”, GRUPA TOMAMI

KOMENTARZ DYDAKTYCZNY WSKAZUJĄCY KIERUNEK ROZWOJU UCZNIA

Zadanie (0-2) – „Kieszonkowe”

(Informator o sprawdzianie od roku 2014/2015)

Jacek co miesiąc dostaje od rodziców 30 zł kieszonkowego i odkłada 20% tej kwoty. Ile pieniędzy odłoży przez 7 miesięcy?

Nie rozwiązałeś zadania lub rozwiązałeś je niepoprawnie. Sprawdź, co powinieneś wiedzieć i umieć.



Obliczysz:

- sumę i iloczyn liczb naturalnych,
- ułamek danej liczby naturalnej.

Umiesz:

- zinterpretować 1%, 20%, 25%, 50% i 100% danej liczby.

Potrafisz:

- dobrać odpowiednie działania arytmetyczne do sytuacji opisanej w zadaniu.

Rozwiązałeś zadanie poprawnie. Idź dalej, rozwijaj się.



Rozwiąż zadania rozwijające:

1. W pudełku było 20 czekoladek. Tomek zjadł 25% tych czekoladek, a jego siostra – 20% pozostałych. Ile czekoladek pozostało w pudełku?
2. W klasie jest 28 uczniów, 25% uczniów otrzymało z pracy klasowej oceny dostateczne, 50% uczniów oceny bardzo dobre, a pozostali uczniowie – oceny dobre. Ilu uczniów otrzymało oceny dobre?
3. Cenę nart wynoszącą 500 zł podniesiono o 20%, a po sezonie tę podwyższoną cenę obniżono o 20%. Ile kosztowały narty po sezonie?

Rozwiąż zadania (ćwiczące umiejętności podstawowe):

1. Oblicz sumę i iloczyn liczb 13 i 17
2. Wykonaj działania: $\frac{1}{5} \cdot 65$; $\frac{1}{10} \cdot 40$; $\frac{1}{2} \cdot 28$
3. Oblicz:
 - a. 0,2 liczby 125
 - b. $\frac{1}{4}$ liczby 84
4. Sformułuj zdanie tak, aby zawarta w nim informacja była wyrażona w postaci ułamka (zwykłego lub dziesiętnego):
 - a. 20% kupujących lody w „Pistacjowej budce” stanowią dorośli
 - b. jeden z dysków w komputerze Wojtka jest wypełniony w 50%
5. Cenę koszulki gimnastycznej, która wcześniej kosztowała 56 zł, obniżono o 25%. Jaka jest teraz cena koszulki?
6. Do klasy liczącej 25 uczniów przybyło od nowego roku szkolnego 20% nowych osób. Ilu uczniów jest teraz?

Rozwiązałeś?
Wróć do zadania wyjściowego.

PLAN PRACY

Zadania pomagające zrozumieć, utrwalić i poszerzyć umiejętności

Zadanie (0-2) – „Kieszonkowe”

(Informator o sprawdzianie od roku 2014/2015)

Jacek co miesiąc dostaje od rodziców 30 zł kieszonkowego i odkłada 20% tej kwoty. Ile pieniędzy odłoży przez 7 miesięcy?

Wymaganie ogólne: III. Modelowanie matematyczne.

Wymaganie szczegółowe: 12.2. Uczeń w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 10%, 20%.

I. Sprawność rachunkowa Uczeń wykonuje proste działania pamięciowe na liczbach naturalnych, całkowitych i ułamkach, zna i stosuje algorytmy działań pisemnych oraz potrafi wykorzystać te umiejętności w sytuacjach praktycznych.	Wykonujesz działania na liczbach naturalnych, ułamkach zwykłych i dziesiętnych Obliczysz: - sumę i iloczyn liczb naturalnych - ułamek danej liczby naturalnej Zadania: - Oblicz sumę i iloczyn liczb 13 i 17 - Wykonaj działania: $1/5 \cdot 65$; $1/10 \cdot 40$; $1/2 \cdot 28$ - Oblicz: 0,2 liczby 125 $1/4$ liczby 84
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji Uczeń interpretuje i przetwarza informacje tekstowe, liczbowe, graficzne, rozumie i interpretuje odpowiednie pojęcia matematyczne, zna podstawę programową, terminologię, formułuje odpowiedzi i prawidłowo zapisuje wyniki.	Rozumiesz treść zadania - umiesz zinterpretować 1%, 20%, 25%, 50% i 100% danej liczby Zadania: - Sformułuj zdanie tak, aby zawarta w nim informacja była wyrażona w postaci ułamka (zwykłego lub dziesiętnego): 20% kupujących lody w „Pistacjowej budce” stanowią dorośli - jeden z dysków w komputerze Wojtka jest zapełniony w 50%
III. Modelowanie matematyczne Uczeń dobiera odpowiedni model matematyczny do prostej sytuacji, stosuje poznane wzory i zależności, przetwarza tekst zadania na działania arytmetyczne i proste równania.	Potrafisz zbudować odpowiedni model matematyczny - dobrać odpowiednie działania arytmetyczne do sytuacji opisanej w zadaniu Zadania: - Cenę koszulki gimnastycznej, która wcześniej kosztowała 56 zł obniżono o 25%. Jaka jest teraz cena koszulki? - Do klasy liczącej 25 uczniów przybyło od nowego roku szkolnego 20% nowych osób. Ilu uczniów jest teraz w tej klasie?
IV. Rozumowanie i tworzenie strategii Uczeń prowadzi proste rozumowanie składające się z niewielkiej liczby kroków, ustala kolejność czynności (w tym obliczeń) prowadzących do rozwiązania problemu, potrafi wyciągnąć wnioski z kilku informacji podanych w różnej postaci.	Przedstawisz rozumowanie prowadzące do rozwiązania problemu - zaplanujesz i wykonasz ciąg czynności (obliczeń) wynikających z treści zadania Zadania: - W pudełku było 20 czekoladek. Tomek zjadł 25% tych czekoladek, a jego siostra – 20% pozostałych. Ile czekoladek pozostało w pudełku? - W klasie jest 28 uczniów, 25% uczniów otrzymało z pracy klasowej oceny dostateczne, 50% uczniów oceny bardzo dobre, a pozostali uczniowie – oceny dobre. Ilu uczniów otrzymało oceny dobre? - Cenę nart wynoszącą 500 zł podniesiono o 20%, a po sezonie tę podwyższoną cenę obniżono o 20%. Ile kosztowały narty po sezonie?

2.6 Autoewaluacja pracy nauczyciela matematyki

W dobie społeczeństwa informacyjnego szczególnie ważne dla nauczyciela matematyki jest prowadzenie ewaluacji własnych działań. Poprzez kształtowanie umiejętności analizowania informacji i podejmowania decyzji na podstawie danych umożliwia ona refleksyjne podejście do wykonywanych zadań, warunkując tym samym własny rozwój oraz samodoskonalenie.

Jedną z miar efektywności nauczania (w zakresie sprawdzanym egzaminem zewnętrznym) są wskaźniki edukacyjnej wartości dodanej. Nauczyciel matematyki o efektach swojej pracy może dowiedzieć się, analizując wskaźniki EWD dla swojej klasy czy szkoły.

Metoda EWD stanowi pionierski rodzaj innowacji, którą można zastosować zarówno w ewaluacji wewnętrznej szkoły, jak i w autoewaluacji pracy nauczyciela matematyki.

2.6.1 O edukacyjnej wartości dodanej dla nauczycieli matematyki

Zacznijmy od uwagi – lektura tego tekstu nie ma na celu nauczania nauczyciela matematyki korzystania w pełni z EWD (bo to niemożliwe), a jedynie wskazanie kierunków koniecznego doskonalenia zawodowego na temat EWD – jak każdego nauczyciela dbającego o swój profesjonalizm. Rzecz w tym, że nauczyciel matematyki powinien na ten temat wiedzieć więcej ☺ – szerzej – głębiej – inaczej? niż pozostali nauczyciele. Dlaczego? Spróbujmy to pokrótce wyjaśnić.

*Szkoła lub placówka, organizując procesy edukacyjne, uwzględnia wnioski z analizy wyników sprawdzianu, egzaminu gimnazjalnego, egzaminu maturalnego, egzaminu potwierdzającego kwalifikacje zawodowe i egzaminu potwierdzającego kwalifikacje w zawodzie oraz innych badań zewnętrznych i wewnętrznych – tak brzmi obecnie jedno z wymagań państwa postawionych wszystkim szkołom w Polsce w prawie oświatowym regulującym nadzór pedagogiczny w systemie oświaty. Wymaganie to związane jest ściśle z tendencją wszystkich systemów edukacji na świecie do przywiązywania coraz większej uwagi do efektów kształcenia czy uczenia się (*learning outcomes*)¹¹. Trwa poszukiwanie sposobów jak najskuteczniejszego „mierzenia” tych efektów, ich analizowania i wykorzystywania do doskonalenia pracy szkoły. Jeden z tych sposobów kryje się pod hasłem EWD – to edukacyjna wartość dodana.*

¹¹ Tematowi temu poświęcony był cały numer kwartalnika „Meritum”, <http://meritum.mscdn.pl/meritum/index.php?a=55918>

GENEZA EWD

Krótką – choć jakże bogata i owocna – jest historia polskiego systemu egzaminów zewnętrznych, których celem jest, między innymi, certyfikowanie, rekrutacja do szkoły wyższego szczebla oraz monitorowanie odpowiedzialności szkoły za realizację jej statutowych zadań¹². Jeszcze krótsza, a już owocna, jest historia edukacyjnej wartości dodanej w Polsce.

Reformy polskiej edukacji wpisują się w nadmienione już ogólnoświatowe trendy zmian w oświacie, z których najważniejsze to:

- rosnące zainteresowanie społeczeństw, a co za tym idzie władz państwowych tzw. rozliczalnością (ang. *accountability*) oświaty,
- rosnące znaczenie (wyników badań) osiągnięć uczniów jako miary jakości pracy szkoły/systemu oświaty (w najrozmaitszej postaci – testy, egzaminy zewnętrzne, porównawcze badania międzynarodowe...),
- coraz szersza paleta narzędzi polityki oświatowej (na każdym szczeblu), co zawdzięczmy rozwojowi technologii i poszerzonym praktycznym możliwościom statystyki.

Prawdopodobnie po raz pierwszy pojęcie edukacyjnej wartości dodanej pojawiło się w połowie lat 70. jako krytyczna kontynuacja idei rozliczalności szkół (ang. school accountability). Z perspektywy czasu niektórzy badacze uważają pojęcie edukacyjnej wartości dodanej za najważniejsze narzędzie analityczne, jakie w naukach pedagogicznych pojawiło się w ostatnich 20 latach¹³.

L. Saunders, relacjonując stan recepcji wartości dodanej w Wielkiej Brytanii w roku 2000, pisze: *Wartość dodana to główna cecha charakterystyczna krajobrazu edukacyjnego. Kulminacja debaty: jak mierzyć osiągnięcia uczniów w sposób rzucający światło i na postęp, i na poziom wyników/osiągnięć (ang. standards). Akademicka debata¹⁴ nad szkolną skutecznością (ang. effectiveness) i sposobami jej mierzenia integralnie jest powiązana z politycznymi działaniami na rzecz jakości edukacji. To powoduje wszechstronne zainteresowanie wartością dodaną – od polityków po dyrektorów szkół, od badaczy akademickich po władze. W konsekwencji wywołuje potrzebę ciągłej dyskusji nie tylko na temat zagadnień technicznych, ale także różnych oczekiwań i wymagań czy żądań różnych interesariuszy i użytkowników: na temat psychologii i socjologii liczb.*

Od 2005 roku trwają w Polsce prace nad EWD w ramach kolejnych projektów Europejskiego Funduszu Społecznego. Stale aktualizowane efekty tych prac są w pełni dostępne na portalu www.ewd.edu.pl, a dorobek poprzedniego etapu na <http://2013.ewd.edu.pl>.

Prace te mają dwa nurty:

- 1. Jak wyznaczać EWD** – co oznacza konceptualizację modelu statystycznego odpowiedniego do zbierania właściwych danych we właściwej formie.
- 2. Jak właściwie powinni czy mogą używać EWD:**
 - decydenci oświatowi,
 - dyrektorzy,
 - nauczyciele, ☺
 - dzieci/młodzież – uczący się,
 - rodzice/społeczeństwo.

Co robią z analizami dyrektorzy i nauczyciele, gdy analizy docierają do szkół; jak sprawdza się EWD jako narzędzie polityki oświatowej?... Czy EWD jest potrzebne społeczeństwu?

¹² Patrz: http://www.ptde.org/file.php/1/Archiwum/XIII/14.H.Szaleniec_refleksje_na_temat_rozwoju.pdf oraz http://ewd.edu.pl/downloads/publikacje/politykasp/szaleniec_dolata_37.pdf

¹³ Dolata R. za Schagen I., Hutchinson D. *Adding value in educational research – the marriage of data and analytical power*. British Educational Research Journal nr 5/2004, vol. 29

¹⁴ Przyznajmy, że u nas mało styszalna, niestety

Każda nowa informacja o jakości nauczania ma szansę wpływać na procesy decyzyjne, gdy jest właściwie rozumiana – ważna uwaga dra Romana Dolaty.

Przypomnijmy to, co o EWD powinien wiedzieć każdy nauczyciel.

Co to jest edukacyjna wartość dodana?

Wartość dodana szkoły to przeciętna wzrostu umiejętności i wiedzy uczniów do niej uczęszczających w danym okresie.

Trwające na całym świecie badania nad koncepcją EWD mają źródło w dążeniu do uzyskania „uniwersalnego wskaźnika jakości pracy szkoły” – najlepiej liczbowego, czyli takiej liczby, która pokazuje zasługi szkoły (wkład pracy szkoły) w tym, że uczeń umie po jej ukończeniu więcej niż wtedy, gdy do niej wstąpił.

Niezbędne do tego jest spełnienie co najmniej dwóch warunków:

1. Trzeba „mierzyć”, co uczeń umiał na początku, a co umie na końcu pobytu w szkole.
2. Trzeba umieć wyłaczyć z przyrostu umiejętności ucznia część, która jest dodana rzeczywiście przez szkołę (a pominąć to, co od szkoły wcale nie zależało, więc nie jest jej zasługą).

I właśnie metoda edukacyjnej wartości dodanej pozwala w znacznym stopniu „oczyścić” surowy wynik egzaminacyjny z wpływu czynników indywidualnych i środowiskowych, na które szkoła nie ma skutecznego wpływu.

JAK OBLICZANA JEST EWD?

Generalna zasada jest dość oczywista:

1. Badamy umiejętności wszystkich uczniów rozpoczynających kształcenie na danym poziomie (szczeblu).
2. Badamy umiejętności tych samych uczniów kończących dany szczebel edukacji.
3. Na podstawie danych empirycznych dla całej populacji, stosując odpowiedni model statystyczny, na podstawie wyniku „na wejściu” przewidujemy wynik „na wyjściu”.
4. Dla każdego ucznia obliczamy różnicę między wynikiem osiągniętym (uzyskanym) a przewidywanym.
5. Dla konkretnej populacji obliczamy średnią tych różnic: to jest EWD.

Proste? Niestety, tylko na pierwszy rzut oka! Diabeł tkwi w szczegółach! Oto kilka najistotniejszych aspektów koniecznych do uwzględnienia.

- Przewidywać rezultaty egzaminu kończącego można na wiele sposobów (dających w rezultacie różne wyniki obliczonej EWD).
- EWD to narzędzie oparte na statystyce, która jest dziedziną wiedzy obszerną, nie najłatwiejszą do zrozumienia, także dlatego, że nie zawsze zgodną z powszechnym tzw. zdrowym rozsądkiem. Siła informacyjna EWD wynika z mocy statystyki, a trudno przyjąć, że umiejętność korzystania ze statystyki jest powszechna.
- Zapomina się też często, że EWD mówi o PRZESZŁOŚCI – co się zdarzyło w roczniku x/y (gdy sprawdzano wiedzę i umiejętności na początku konkretnego etapu edukacji, w roku x , oraz na końcu, w roku y ¹⁵, a nie o tym, jak jest w chwili obecnej, czy jak będzie w przyszłości.
- Obecnie egzaminy zewnętrzne na poszczególnych szczeblach kształcenia w Polsce niekoniecznie badają te same umiejętności, więc ich wykorzystywanie do porównań budzi w pierwszej chwili wątpliwości.

¹⁵ Dla Polski dostępne są obliczenia dla rocznika 2002/2005 oraz 2003/2006

Prace badawcze prowadzone przez Zespół EWD (funkcjonujący w Instytucie Badań Edukacyjnych) z każdym rokiem dostarczają dowodów, że polski model EWD (przez ten zespół opracowany i rozwijany) spełnia swoją rolę, jeśli jest właściwie wykorzystywany.

Powtórzmy jeszcze raz z całą mocą – EWD jest wskaźnikiem statystycznym, w związku z tym dobrze nadaje się do opisu i analizy procesów zachodzących w dużej populacji.

*Statystyka to nauka, której przedmiotem zainteresowania są metody pozyskiwania i prezentacji, a przede wszystkim analizy danych opisujących zjawiska **masowe***¹⁶.

Bez wątpienia do prawidłowego posługiwania się metodą EWD niezbędna jest znajomość podstawowych pojęć z zakresu statystyki. Pomocne może okazać się dla wielu osób opracowanie „Analiza i interpretacja wyników oceniania i egzaminowania”¹⁷, zawierające przystępne omówienie potrzebnych parametrów statystycznych, dostępna pod adresem https://womgorz.edu.pl/files/File/Doradztwo_metodyczne/Analiza_i_interpretacja_wynikow.pdf.

Jeszcze szerszy (i głębszy, dla zaawansowanych... matematyków? ☺) kontekst dla tego tematu przedstawiony jest w publikacji M. Jakubowskiego i A. Pokropka „Badając egzaminy. Podejście ilościowe w badaniach edukacyjnych”¹⁸: http://2013.ewd.edu.pl/downloads/publikacje/badajac_egzaminy.pdf.

Trudno się nie zgodzić, że ta wiedza jest bardziej dostępna dla matematyków niż pozostałych nauczycieli. I to jest **pierwszy powód, żeby to nauczyciele matematyki bliżej zainteresowali się modelem EWD – aby pomóc innym zrozumieć, jakie są jego podstawy naukowe i jak korzystać prawidłowo z metody EWD.**

JAKIMI WSKAŹNIKAMI EWD OBECNIE¹⁹ DYSPONUJEMY?

Przez pierwsze lata EWD dotyczyła tylko gimnazjów, ponieważ w polskim systemie egzaminów zewnętrznych to był jedyny szczebel kształcenia, który był „objęty” (od wejścia po wyjście) egzaminami zewnętrznymi dającymi się wykorzystać do liczenia EWD. Wysoka korelacja między wynikami sprawdzianu a wynikami egzaminu gimnazjalnego upoważnia do konstruowania modelu statystycznego opartego na regresji liniowej. W roku 2010 zespół ds. EWD pracujący przy CKE zakończył I etap (trudnych koncepcyjnie i praktycznie) prac nad EWD dla szkół maturalnych. Najmniejsze zastosowanie EWD jest w tej chwili w szkołach podstawowych (ze względu na brak ogólnopolskiego egzaminu po III klasie; w pracach pilotażowych wykorzystuje się OBUT – dobrowolne Ogólnopolskie Badania Umiejętności Trzecioklasistów).

Metoda EWD pełna jest liczb i wykresów – kto, jak nie matematyk, ma szczególną predyspozycję do ich naturalnego zrozumienia i wykorzystywania? Trudno przecenić rolę nauczycieli matematyki w radach pedagogicznych prowadzących zespołowo zaawansowane analizy wyników egzaminacyjnych – to drugi powód. Ale jest też trzeci **powód, dla którego nauczyciele tego przedmiotu są zapewne bardziej zainteresowani EWD niż inni.**

Przedstawiając poniżej konkretnie dostępne wskaźniki EWD wyodrębnimy te, które dotyczą (bezpośrednio i pośrednio) matematyki. Ranga przedmiotu, jego szczególna obecność na egzaminach zewnętrznych pozwalają na odczytanie z wyników egzaminacyjnych wkładu szkoły (nauczycieli) w kształcenie matematyczne właśnie. **Refleksyjny praktyk z pewnością chce skorzystać z takiego źródła informacji o jakości swojej pracy.**

¹⁶ Wg Wikipedii: http://pl.wikipedia.org/wiki/Statystyka_%28nauka%29

¹⁷ Lisiecka Z. [red.] *Analiza i interpretacja wyników oceniania i egzaminowania*, CKE, 2007, https://womgorz.edu.pl/files/File/Doradztwo_metodyczne/Analiza_i_interpretacja_wynikow.pdf

¹⁸ Jakubowski M., Pokropek A. *Badając egzaminy. Podejście ilościowe w badaniach edukacyjnych*, CKE, 2009, http://2013.ewd.edu.pl/downloads/publikacje/badajac_egzaminy.pdf

¹⁹ W czerwcu 2015 r.

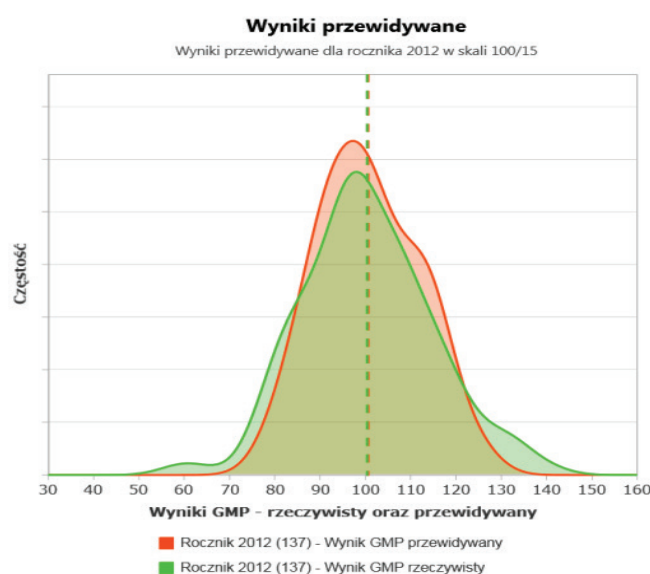
SZKOŁY PODSTAWOWE – KLASY IV-VI

Tak jak wspomniano – ten poziom nauczania w najmniejszym stopniu korzysta z EWD z powodu braku ujednoliconej informacji o osiągnięciach uczniów na koniec III klasy. W tej chwili dostępne są tylko jednoroczne wskaźniki EWD i to tylko w szkołach, które znają i potrafią połączyć wyniki OBUT z rezultatami sprawdzianu dla swoich absolwentów.

Przeznaczona dla tych szkół specjalna aplikacja informatyczna (Kalkulator EWD SP) jest dostępna pod adresem <http://ewd.edu.pl/pobierz-2/> i pozwala na analizowanie jednego uogólnionego wskaźnika (łącznie dla wszystkich przedmiotów). W największym skrócie – po dostarczeniu odpowiednich danych do Kalkulatora uzyskujemy możliwość błyskawicznego uzyskania następujących wykresów²⁰.

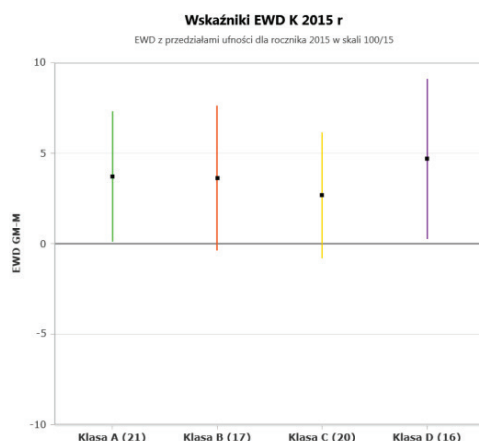
Wyniki przewidywane

Porównanie rozkładu wyników przewidywanych z modelu EWD oraz rozkładu wyników faktycznie uzyskanych przez uczniów na sprawdzianie pozwala oszacować wskaźnik EWD. Różnica średniej w rozkładzie wyników rzeczywistych i średniej w rozkładzie wyników przewidywanych jest równa wskaźnikowi EWD dla rozpatrywanej grupy uczniów.



Wskaźniki EWD

Podstawowy wykres wykorzystywany przy analizach z wykorzystaniem wskaźników EWD. EWD dla danej grupy uczniów jest prezentowane wraz z przedziałem ufności, który obrazuje niepewność

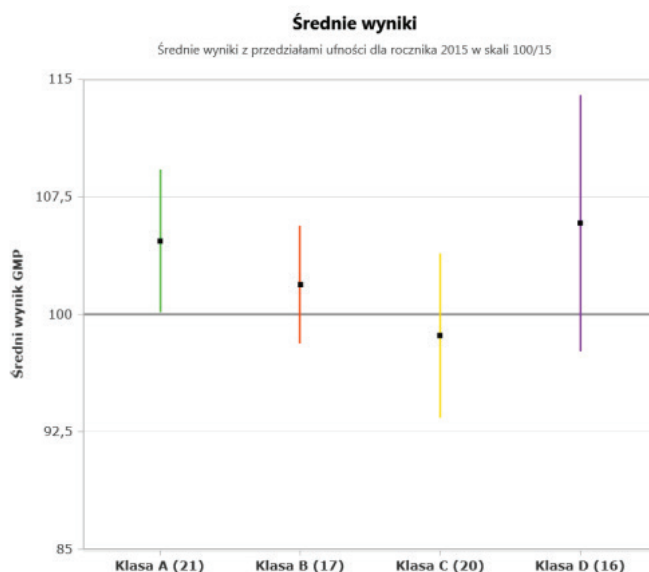


²⁰ <http://ewd.edu.pl/analizy-2/>

pomiarową. W Kalkulatorze EWD SP zastosowano dziewięćdziesięcioprocentowe przedziały ufności. Przedziały ufności pozwalają na statystycznie poprawne porównywanie EWD dla grup uczniowskich: dwie grupy istotnie różnią się ze względu na wskaźniki EWD, jeśli przedziały ufności są rozłączne.

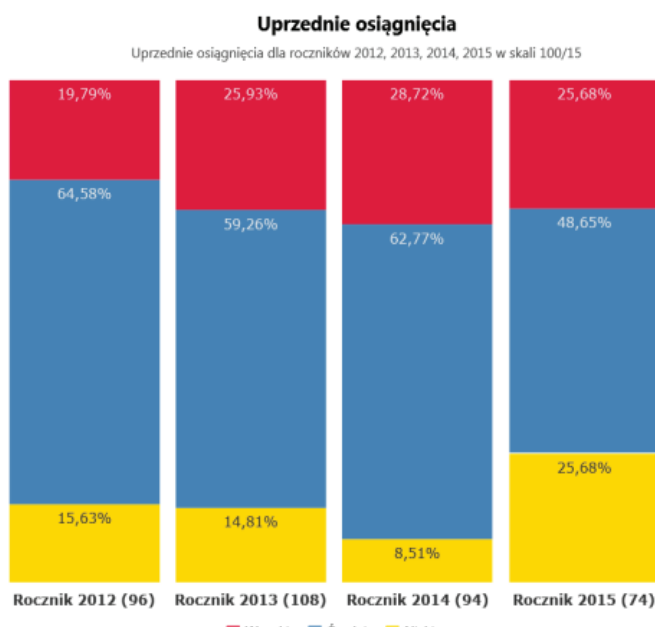
Średnie wyniki

Średnie wyniki sprawdzianu i testu OBUT prezentowane są z dziewięćdziesięcioprocentowymi przedziałami ufności. Zastosowanie przedziałów ufności pozwala na statystycznie poprawne porównywanie średnich wyników dla grup uczniów: dwie grupy statystycznie istotnie różnią się ze względu na średnie wyniki egzaminacyjne, jeśli przedziały ufności są rozłączne.



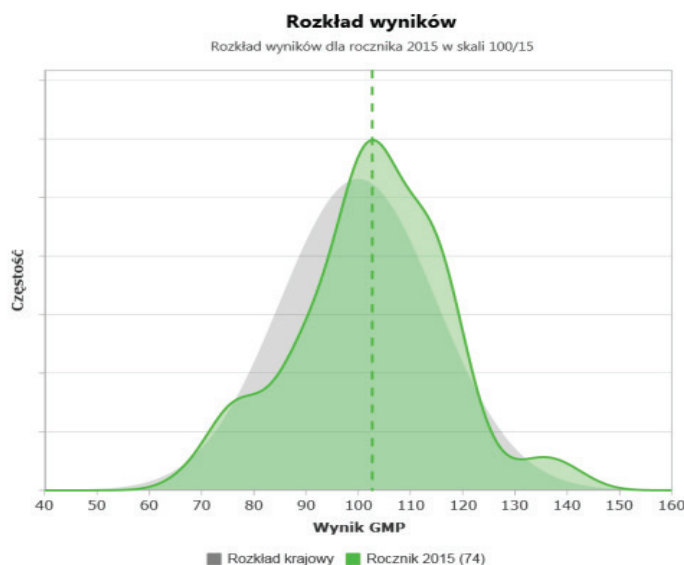
Uprzednie osiągnięcia

„Uprzednie osiągnięcia” to wyniki uczniów na poprzednim etapie kształcenia. W Kalkulatorze EWD SP uprzednie osiągnięcia to wyniki na teście OBUT. Wyniki z poprzedniego etapu kształcenia są dobrym prognostykiem wyników na egzaminie końcowym, zatem są miarą potencjału edukacyjnego „na wejściu”. Osiągnięcia niskie – wyniki poniżej 88,75 na skali 100/15; osiągnięcia wysokie – wyniki powyżej 111,25 na skali 100/15. Osiągnięcia średnie – wyniki w przedziale od 88,75 do 111,25 na standardowej skali 100/15. Wykres skumulowany kolumnowy pozwala określić procentowy udział uczniów o określonym przedziale wyników „na wejściu” w analizowanej grupie uczniowskiej.

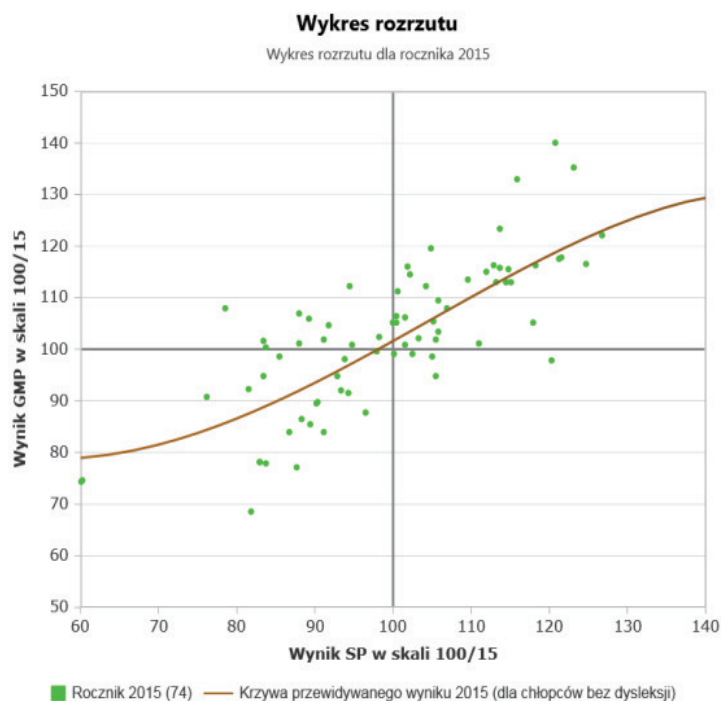


Rozkład wyników

Rozkład wyników testu (sprawdzian, OBUT) wyrażonych na skali 100/15 pozwala ocenić, w jaki sposób wyniki uczniów różnią się od rozkładu normalnego.



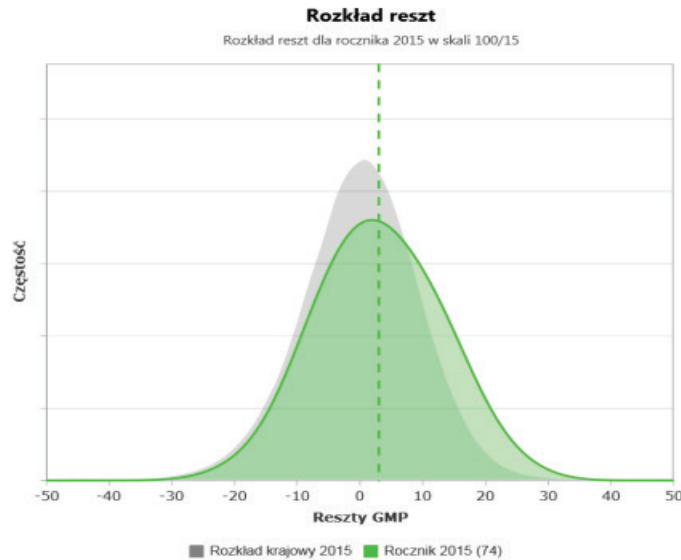
Wykres rozrzutu



Na wykresie rozrzutu wyników przedstawiona jest łączna informacja o wyniku na teście OBUT (wyrażona na skali 100/15) oraz na sprawdzianie po VI klasie (wyrażona na skali 100/15). Kropka obrazuje pojedynczego ucznia. Na wykresie pokazana jest również linia przewidywanego wyniku dla danego roku (dla chłopców bez dysleksji). Odległość punktu (wyniku ucznia) od linii przewidywanego wyniku nazywamy resztą. EWD jest średnią reszt wszystkich uczniów w grupie.

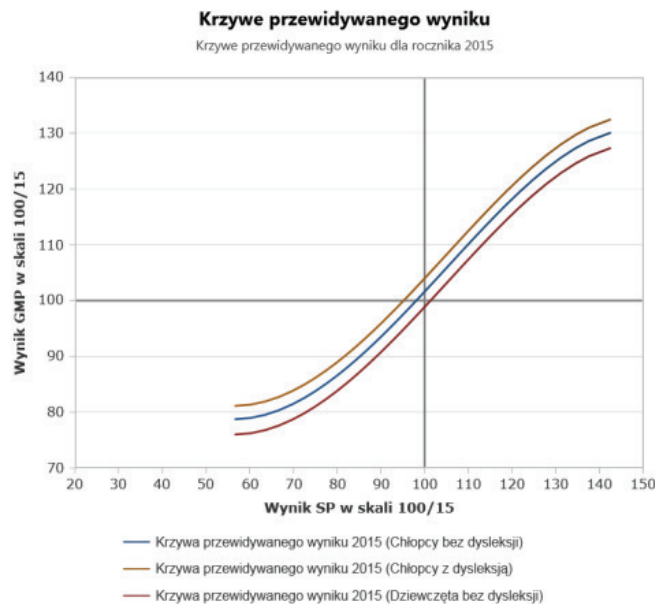
Rozkład reszt

Ten rodzaj wykresu pozwala ocenić, na ile rozkład reszt dla danej grupy uczniów różni się od krajowego, normalnego rozkładu. Pionowa przerywana linia pokazuje średnią resztę, czyli wartość wskaźnika EWD dla danej grupy uczniów.

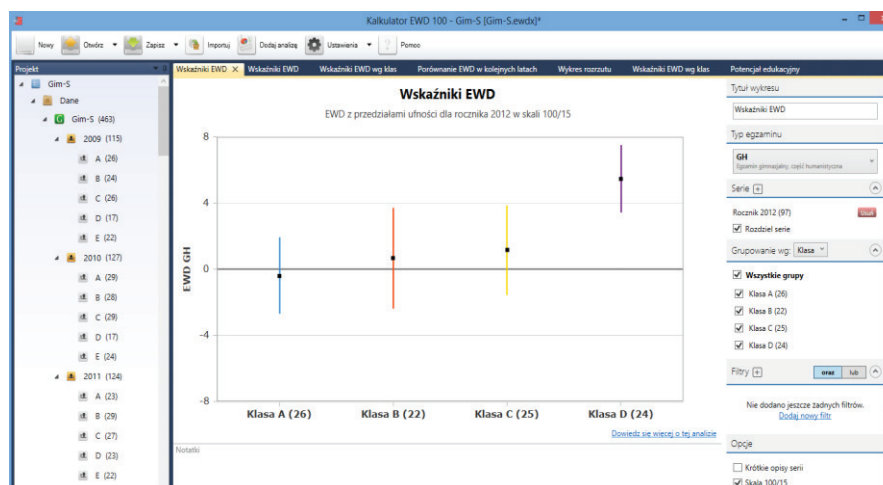


Krzywe przewidywanego wyniku

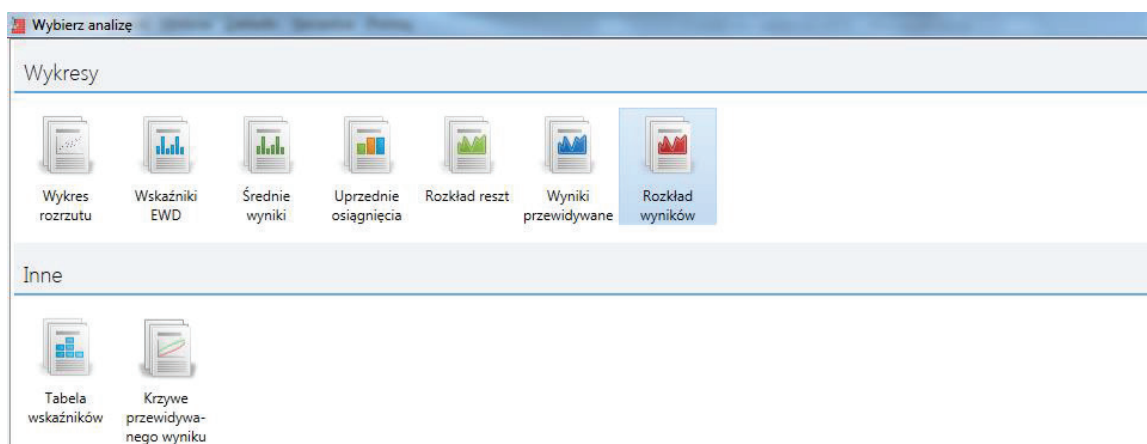
Podstawową krzywą wyznaczaną w modelu EWD jest krzywa dla chłopców bez dysleksji (odpowiada to zerowym wartościom zmiennych kontrolnych płęć i dysleksja). Jednak po uwzględnieniu tych zmiennych otrzymujemy nowe krzywe przewidywanych wyników – dla chłopców z dysleksją, dla dziewcząt bez dysleksji, dla dziewcząt z dysleksją. Panel analiz „Krzywe przewidywanego wyniku” pozwala śledzić wzajemne położenie krzywych w danym roku oraz w wybranych latach.



Ten szczebel kształcenia dysponuje w tej chwili najbogatszym materiałem pozwalającym na rozbudowane analizy, bo EWD dla gimnazjów wyznaczane jest od 2006 roku. Jednoroczne wskaźniki EWD są możliwe do przeanalizowania (tylko w szkole posiadającej połączone wyniki sprawdzianu i egzaminów gimnazjalnych) i zilustrowania przy pomocy Kalkulatora EWD 100 dostępnego pod adresem <http://ewd.edu.pl/pobierz/>.



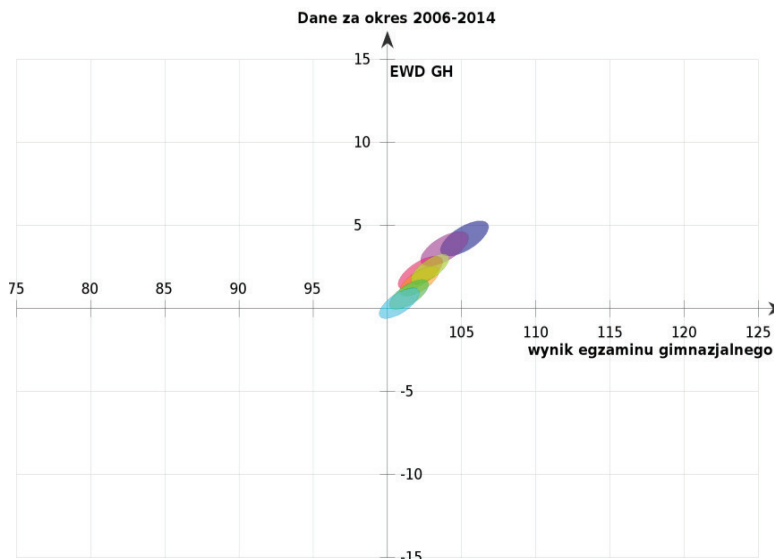
Od 2012 roku dostępnych jest aż 6 wskaźników jednorocznych: GH – dotyczący przedmiotów humanistycznych, GH-H – historii, GH-P – języka polskiego oraz **GMP – dotyczący łącznie przedmiotów matematyczno-przyrodniczych, GM-M – tylko matematyki, GM-P – przedmiotów przyrodniczych**. Można je analizować za pomocą wykresów jak na rysunku:



Trzyletnie wskaźniki EWD dla gimnazjów są dostępne w sieci (dla wszystkich zainteresowanych) pod adresem www.gimnazjum.ewd.edu.pl począwszy od lat 2006-2008 dla siedmiu „trzylatek”. Pod tym adresem dostępne jest przystępne objaśnienie, jak powstawały wykresy i jak interpretować wyniki (co z całą pewnością będzie łatwiejsze dla matematyków niż humanistów). Wygodna wyszukiwarka pozwala wyszukać w sieci (w chmurze internetowej) interesującą nas szkołę albo szkoły – narzędzie umożliwia przeprowadzanie porównań.

Od 2014 roku można analizować 6 wskaźników trzyletnich dla gimnazjów: GH, GH-H, GH-P oraz co tu nas szczególnie interesuje – **GMP, GM-M, GM-P**.

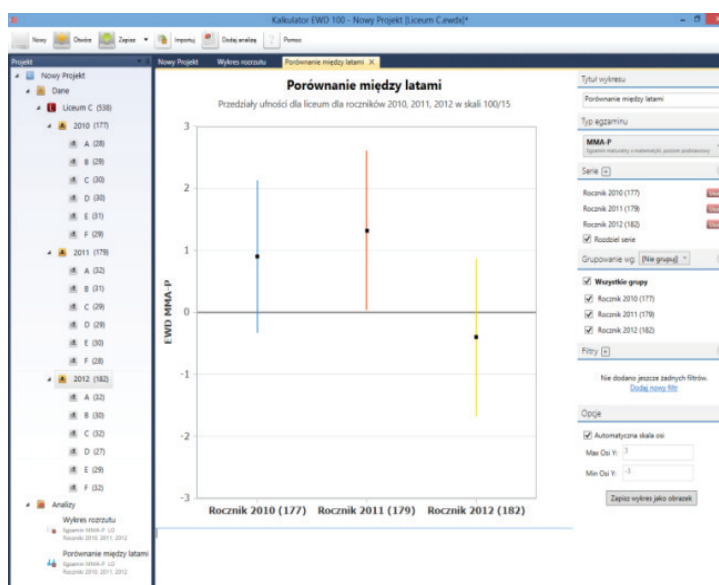
Rozdzielenie wkładu szkoły w wyniki egzaminu matematyczno-przyrodniczego na matematykę i przedmioty przyrodnicze może dostarczyć nauczycielom matematyki dodatkowych informacji o jakości ich pracy.



SZKOŁY MATURALNE

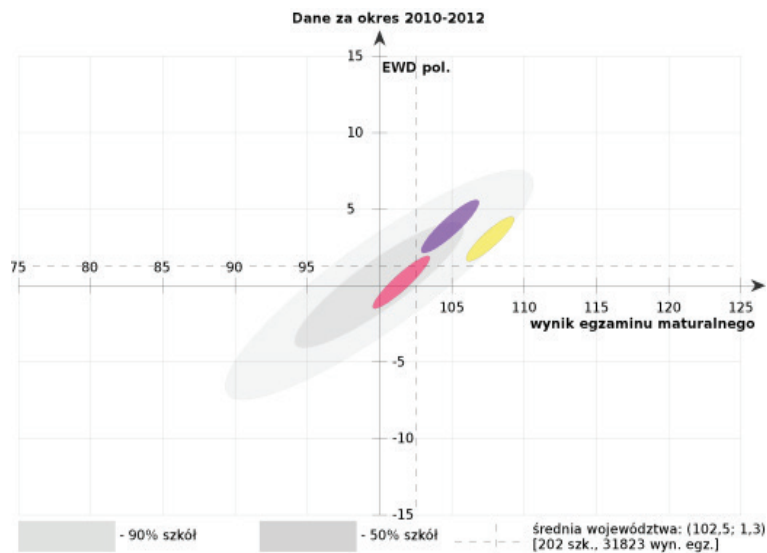


Jednoroczne wskaźniki EWD maturalne pozwalają na analizowane EWD dla matematyki (zarówno na poziomie podstawowym, jak i rozszerzonym) w latach 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, a umożliwia to kalkulator Kalkulator EWD 100, ten sam co dla gimnazjów): <http://ewd.edu.pl/pobierz/>



Trzyletnie wskaźniki EWD maturalne dla dowolnej szkoły (uwaga! oddzielnie liceum, oddzielnie technikum) udostępnia specjalna wyszukiwarka ogólnie dostępna pod adresem www.matura.ewd.edu.pl.

Od 2012 roku analizie można poddać trzyletnie wskaźniki: polonistyczny, humanistyczny oraz **matematyczny** i **matematyczno-przyrodniczy**.



KTO I JAK MOŻE WYKORZYSTYWAĆ EWD?

Chciałoby się odpowiedzieć (i taka odpowiedź często pada), że skorzystać z informacji zawartych w EWD mogą wszyscy: od pojedynczego ucznia przez rodziców, nauczycieli i dyrektorów szkół, władze oświatowe lokalne po decydentów szczebla centralnego. Uczciwie przynajmy – jeszcze długa droga przed nami wszystkimi, aby tak się stało. Ta zmiana z trudem jest realizowana, mimo coraz większej popularności koncepcji „edukacji opartej na dowodach” (evidence-based education).

Zarówno sama koncepcja EWD, jak i – co za tym idzie – szkolenia na ten temat najeżone są pułapkami i trudnościami.

1. EWD nigdy nie będzie jedynym i wyczerpującym źródłem wiedzy o (jakości) pracy szkoły. Co innego widać z surowych wyników egzaminów, co innego z lokalizacji wyników na skalach staninowych, jeszcze co innego z EWD.
2. Różne kraje różnie liczą EWD. Nasi naukowcy w ramach projektu opracowali i dalej pracują nad polskim modelem EWD – wiele już wiedzą, ale jeszcze wiele muszą sprawdzić (w tym trafność), a także skonfrontować z rozwiązaniami zagranicznymi.
3. Aby EWD zajaśniała pełnym blaskiem powinno zająć kilka bardzo ważnych i trudnych zmian w systemie oświaty – przede wszystkim potrzebne są coraz doskonalsze badania umiejętności na poszczególnych szczeblach kształcenia, umożliwiające porównania przyrostu wiedzy i umiejętności.
4. EWD dobrze pokazuje zmiany zachodzące w czasie: musimy nabierać doświadczeń, aby wnioskować z porównań między latami i z tendencji. Pierwsze rezultaty analizy zmian EWD w czasie, opracowanie modelu EWD trzyletniego z roku na rok przynoszą coraz więcej pożytecznych informacji.
5. Niezbędne jest doskonalenie umiejętności interpretacji informacji dostarczanych przez wskaźnik EWD przez wszystkich zainteresowanych: organy prowadzące, zewnętrzny nadzór pedagogiczny, dyrektora szkoły, nauczyciela i rodzica.

Dyrektora szkoły interesuje zapewne odpowiedź na takie pytania, jak:

- Co zrobić z informacją o wynikach i wartości dodanej, która dociera po egzaminach do szkoły?
- Jak planować pracę nauczycieli, aby niwelować słabsze strony naszych uczniów?
- Jak poprowadzić zebranie z rodzicami na temat wyników egzaminów próbnych?
- Jak pokierować pracą zespołu zadaniowego, zajmującego się interpretacją wyników egzaminu?
- Jak dokonać samooceny działań nauczycieli w zakresie pomocy uczniom w skutecznym przygotowaniu się do egzaminu?

Recepta jest niby prosta:

1. Zbierać dane o wynikach, egzaminach, standardach wymagań.
2. Analizować i interpretować te dane, w tym EWD – edukacyjną wartość dodaną.
3. Komunikować wyniki zainteresowanym i wspólnie z nimi planować dalsze działania.
4. Wspierać indywidualnych uczniów w skutecznym uzupełnianiu braków i dalszym rozwoju.
5. Oceniać rezultaty pracy nauczycieli przygotowujących uczniów do egzaminów.

W tych ważnych a niełatwych działaniach szczególną rolę w zespołach nauczycielskich mają do odegrania nauczyciele matematyki:

- z racji swojego wykształcenia rozumieją tajniki modelu EWD i jego podstaw teoretycznych i mogą innym je przybliżyć,
- jako szkolni konsultanci w zakresie analizowania wyników egzaminacyjnych przy pomocy wskaźników EWD, zarówno trzyletnich, jak i jednorocznych (a polegających na umiejętności właściwego odczytania liczb, także zwizualizowanych) pomagają przeprowadzać analizy ogólnoszkolne,
- jako beneficjenci narzędzia dostarczającego szczególnie dużo informacji o efektach kształcenia w zakresie matematyki mogą głębiej i skuteczniej analizować swoją pracę dydaktyczną.

2.6.2 Przykładowa analiza wyników egzaminu gimnazjalnego z matematyki z wykorzystaniem metody EWD

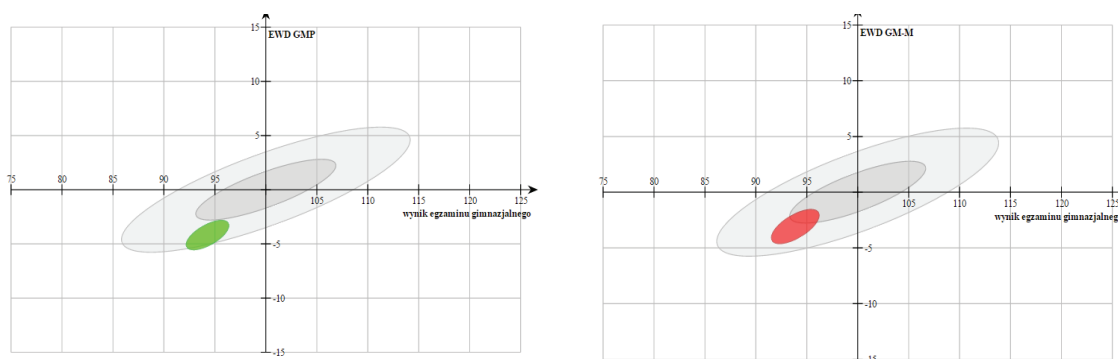
Studium przypadku

Gimnazjum XYZ znajduje się w mieście liczącym około 25 tys. mieszkańców. Wchodzi w skład zespołu szkół, do którego należy szkoła podstawowa i gimnazjum. Gimnazjum mieści się w budynku razem ze szkołą podstawową. Posiada dobrze wyposażone sale lekcyjne, pracownię komputerową z dostępem do Internetu, świetlicę, salę gimnastyczną oraz kompleks sportowy „Orlik”. W gimnazjum jest dwanaście oddziałów klasowych, po cztery w każdym roczniku. Klasy liczą od 16 do 18 uczniów. Uczniami gimnazjum są na ogół absolwenci szkoły podstawowej danego zespołu szkół.

W placówce nie przeprowadzono jeszcze ewaluacji zewnętrznej. Jednak co roku rada pedagogiczna szkoły analizuje swoją pracę w ramach ewaluacji wewnętrznej. Systematycznie i w sposób zorganizowany przeprowadzana jest analiza wyników egzaminów gimnazjalnych i innych wewnątrzszkolnych badań osiągnięć uczniów. Wyniki i wnioski przedstawiane są na posiedzeniach rady pedagogicznej przez przedstawicieli poszczególnych zespołów przedmiotowych.

Do analiz wyników egzaminacyjnych nie wykorzystuje się wskaźników edukacyjnej wartości dodanej.

Analizę efektów kształcenia matematycznego w gimnazjum XYZ rozpoczynamy od trzyletnich wskaźników EWD dostępnych na stronie www.ewd.edu.pl.

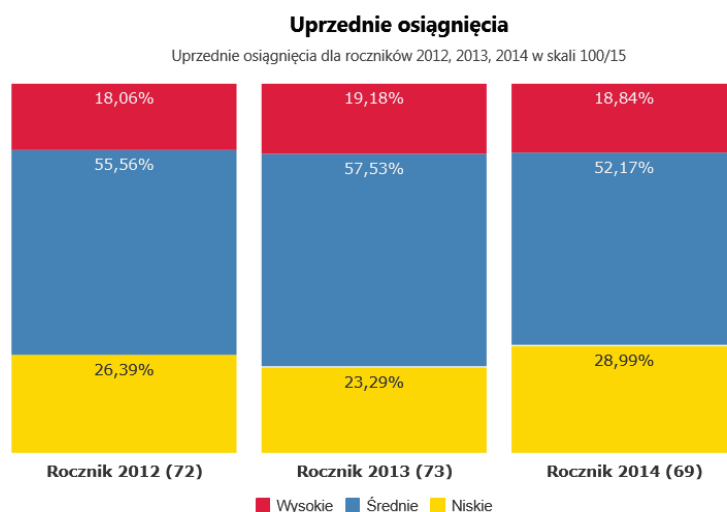


Rysunek 1. Trzyletni wskaźniki EWD GMP oraz trzyletni wskaźnik GM-M za lata 2012-2014

Rysunek 1 przedstawia trzyletnie wskaźniki EWD dla egzaminu gimnazjalnego w części matematyczno-przyrodniczej i z matematyki, obliczone na podstawie wyników egzaminacyjnych z lat 2012 - 2014. Na podstawie położenia elips stwierdzamy, że uczniowie gimnazjum XYZ w latach 2012-2014 uzyskali niskie wyniki egzaminacyjne i niską efektywność nauczania z przedmiotów matematyczno-przyrodniczych i z matematyki.

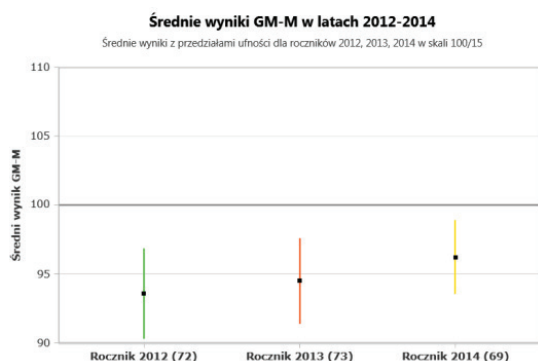
Do bardziej pogłębionych analiz wyników egzaminacyjnych wykorzystamy Kalkulator EWD 100.

W latach 2012-2014 do pierwszej klasy gimnazjum przyjęto uczniów o podobnych uprzednich osiągnięciach. W każdym roczniku było około 25% uczniów o niskich wynikach ze sprawdzianu w klasie szóstej, około 55% o średnich wynikach i około 20% – o wysokich. Najmniej uczniów o niskich uprzednich osiągnięciach było w roczniku 2013.

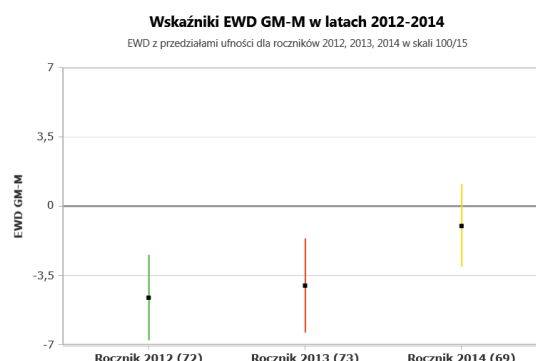


Rysunek 2. Struktura uczniów według uprzednich osiągnięć „na wejściu”

Uczniowie ci uzyskali niskie średnie wyniki z egzaminu gimnazjalnego z matematyki, niższe niż średnie wyniki w kraju (według skali 100/15 średni wynik egzaminacyjny w kraju wynosi 100). Pokazuje to rysunek 3.

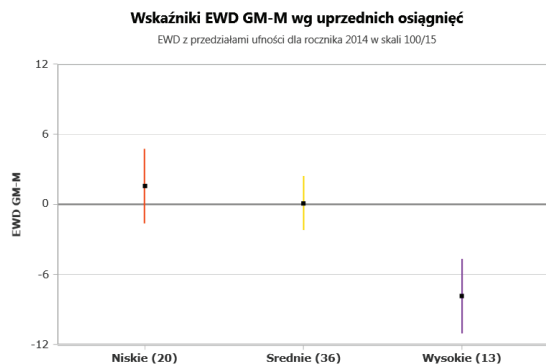


Rysunek 3. Średnie wyniki z egzaminu GM-M w latach 2012-2014 wraz z przedziałami ufności

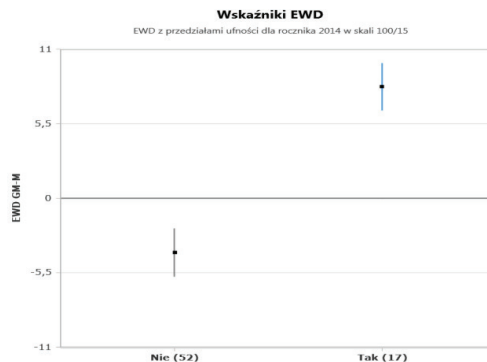


Rysunek 4. Wskaźniki jednoroczne EWD GM-M w latach 2012-2014

Korzystając z możliwości Kalkulatora EWD 100 badamy matematyczne wskaźniki EWD dla roczników 2012, 2013 i 2014. Okazuje się, że nie są one zbyt zróżnicowane (rys.4), chociaż obrazują nieznaczną tendencję wzrostową. Wskaźniki dla roczników 2012 i 2013 mówią o niskiej efektywności pracy szkoły w zakresie nauczania matematyki, zaś wskaźnik 2014 – o przeciętnej efektywności. Podkreślimy, że w tym roczniku było najwięcej uczniów o niskich uprzednich osiągnięciach, prawie 29% wszystkich absolwentów.



Rysunek 5. Wskaźniki EWD GM-M dla rocznika 2014 według uprzednich osiągnięć



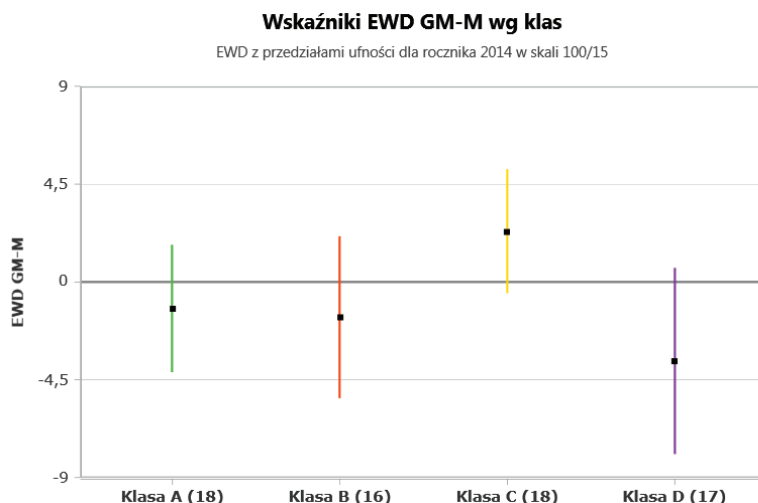
Rysunek 6. Analiza wg zajęć wyrównawczych

Wskaźniki EWD GM-M dla rocznika 2014 według uprzednich osiągnięć pokazują, że nauczyciele matematyki najmniej efektywnie pracowali z uczniami o wysokich uprzednich osiągnięciach (rys. 5). Statystycznie najlepsze rezultaty osiągnęli w pracy z uczniami słabymi. Przeciętną efektywność nauczania uzyskali w pracy z uczniami o średnich uprzednich osiągnięciach.

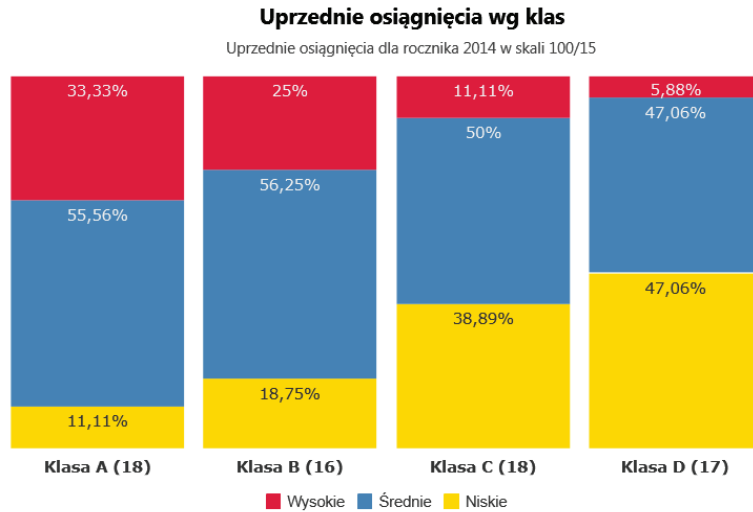
Niska efektywność nauczania uczniów o wysokich uprzednich osiągnięciach może świadczyć o braku w szkole skutecznego programu pracy z uczniem zdolnym, niewłaściwej indywidualizacji pracy na lekcjach lub braku oferty zajęć rozwijających uzdolnienia matematyczne uczniów.

Poprawę efektywności nauczania matematyki w 2014 roku możemy wyjaśnić skutecznością prowadzonych w szkole dodatkowych zajęć dla uczniów mających problemy w nauce. Świadczy o tym kolejne badanie – analiza wskaźnika EWD dla uczniów uczęszczający (lub nie) na te zajęcia (rys. 6).

Kolejna analiza ilustruje efektywność nauczania matematyki w poszczególnych klasach (rocznik 2014).



Na podstawie powyższej grafiki wnioskujemy, że efektywność nauczania matematyki w poszczególnych klasach była przeciętna i porównywalna między oddziałami. Jednak w klasie C wskaźnik EWD jest dodatni i statystycznie wyższy niż w pozostałych klasach. Zwróćmy również uwagę, że do tej klasy uczęszczało prawie 40% uczniów o niskich wynikach ze sprawdzianu po klasie szóstej (rys. 7). Świadczyć to może o dobrej pracy nauczyciela matematyki w gimnazjum, właściwie dobranych formach i metodach nauczania, odpowiedniej indywidualizacji nauczania, skutecznych sposobach motywowania, dobrej współpracy z rodzicami itp.

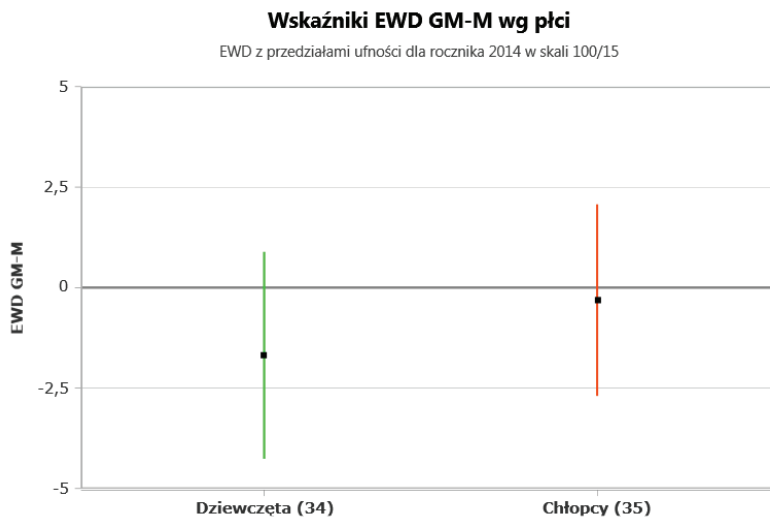


Rysunek 7. Uprzednie osiągnięcia absolwentów 2014 wg klas

Dalsze analizy z użyciem Kalkulatora EWD dla klasy C prowadzą do następujących spostrzeżeń. W klasie C było 15 dziewcząt i 3 chłopców, zatem wyższą niż w innych klasach efektywność nauczania może tłumaczyć też właściwa praca wychowawcy klasy, brak problemów wychowawczych, motywacja uczniów itp.

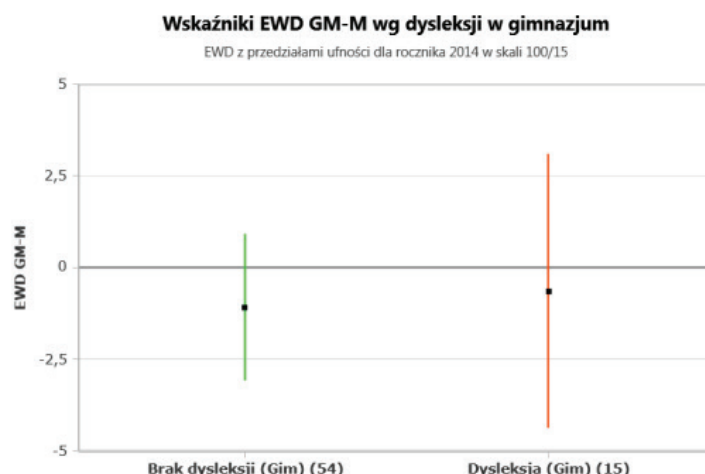
Zwróćmy również uwagę, że uczniowie klasy A uzyskali statystycznie mniejszy wskaźnik EWD niż uczniowie klasy C, chociaż co trzeci uczeń tej klasy miał wysoki wynik ze sprawdzianu (rys.7). Potwierdza to poprzedni wniosek płynący z analiz wskaźników EWD, że w szkole mało skutecznie pracowano z uczniem zdolnym (rys. 5).

Do gimnazjum XYZ w roczniku 2014 uczęszczała zbliżona liczba dziewcząt i chłopców. Obserwujemy także porównywalną efektywność nauczania matematyki w tych grupach. Wskaźniki matematyczne EWD wraz z przedziałami ufności oscylują wokół 0, co świadczy o przeciętnej efektywności nauczania dziewcząt i chłopców (rys. 8).



Rysunek 8. Wskaźniki EWD GM-M wg płci

Rysunek 9 przedstawia jednoroczne wskaźniki EWD dla uczniów z dysleksją i bez dysleksji. W tych grupach również odnotowujemy przeciętną efektywność nauczania matematyki.



Rysunek 9. Wskaźniki EWD GM-M wg dysleksji w gimnazjum

WNIOSKI

1. W analizowanych rocznikach 2012-2014 do szkoły uczęszczali uczniowie o różnych uprzednich osiągnięciach. Średnio w roczniku było 25% uczniów o niskich, 55% – o średnich i 20% – o wysokich osiągnięciach.
2. W analizowanym szczegółowo roczniku 2014 zaobserwowano duże zróżnicowanie między klasami pod względem uprzednich osiągnięć uczniów (rys.7).
3. W latach 2012-2014 z egzaminu gimnazjalnego z matematyki uczniowie uzyskali wyniki niższe niż średnie w kraju.
4. W omawianych okresie nastąpił nieznaczny wzrost efektywności nauczania matematyki, z poniżej przeciętnego w latach 2012-2013 do przeciętnego w roczniku 2014.
5. Przeciętną efektywność nauczania matematyki uzyskano w pracy z uczniami o niskich i średnich uprzednich osiągnięciach.
6. Bardzo niską efektywność nauczania uzyskano w pracy z uczniem zdolnym.
7. Bardzo wysoką efektywność nauczania uzyskano w pracy z uczniem słabym, ale chodzącym na zajęcia wyrównawcze.
8. Statystycznie najwyższą efektywność nauczania matematyki uzyskano w klasie C.
9. W szkole nie występują różnice w efektywności nauczania matematyki dziewcząt i chłopców oraz dyslektyków i uczniów bez dysleksji.

REKOMENDACJE

W dalszych rozważaniach, np. na spotkaniu zespołu przedmiotowego nauczycieli matematyki, należałoby wyjaśnić dlaczego uczniowie klasy C uzyskali najwyższą efektywność nauczania matematyki. Czy miały na to wpływ:

- najwyższy odsetek uczniów uczęszczających na dodatkowe zajęcia z matematyki (skuteczność tych zajęć),
- dobór odpowiedniego programu nauczania,
- stosowane przez nauczyciela matematyki formy i metody nauczania,
- gotowość nauczyciela matematyki na nowe rozwiązania metodyczne (doskonalenie zawodowe),
- sposób oceniania i motywowania uczniów,
- praca wychowawcy klasy, współpraca nauczyciela matematyki i wychowawcy klasy z rodzicami uczniów.

3.

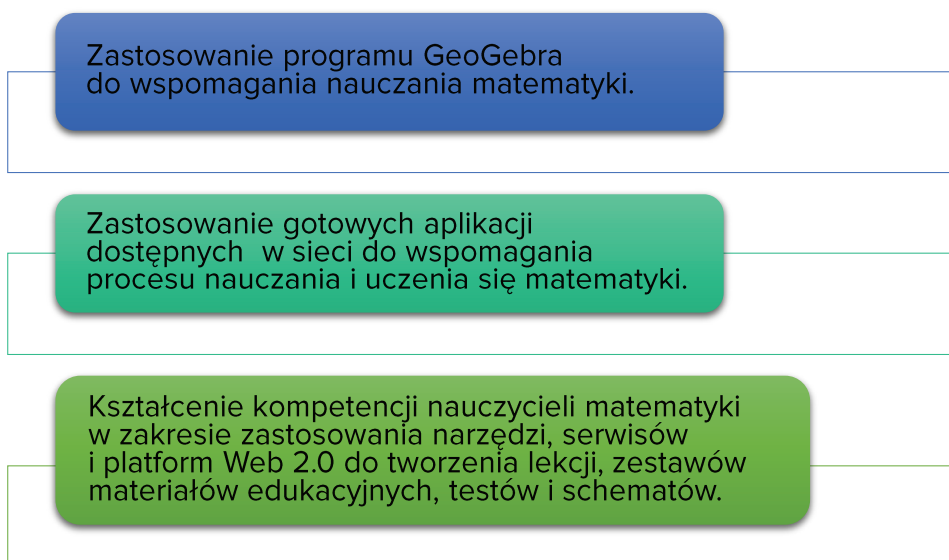
Wykorzystanie TIK w nauczaniu i uczeniu się matematyki



TIK zaliczamy do innowacji technologicznych. Są to zmiany dotyczące stosowanych środków nauczania i wychowania. W odniesieniu do pokolenia „cyfrowych tubylców” w kształceniu matematycznym dają sporą szansę na sukces.

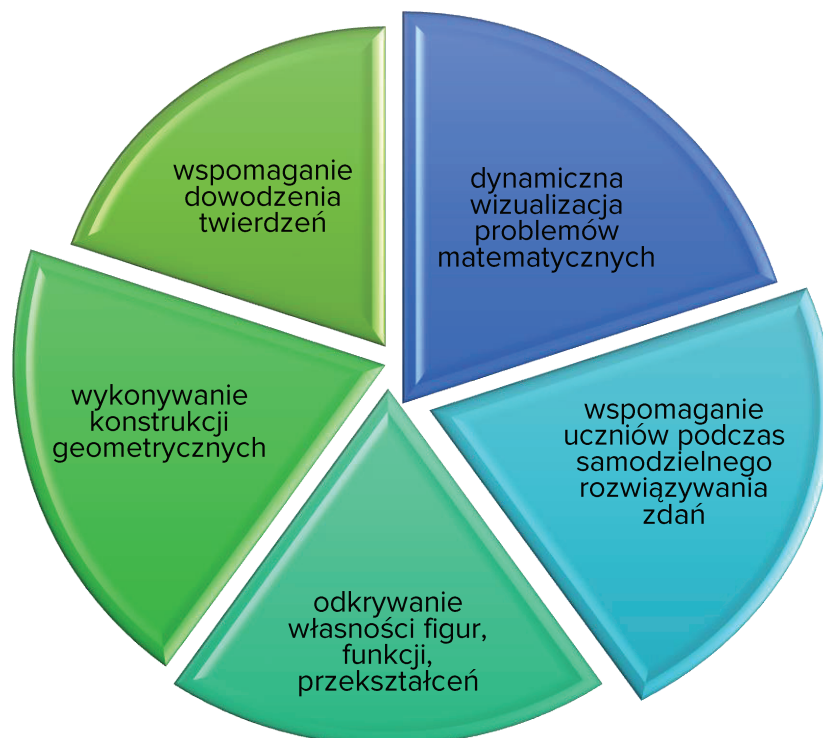
TIK, czyli technologie informacyjno-komunikacyjne, to rodzina technik przetwarzających, gromadzących i przesyłających informacje w formie elektronicznej. Właściwie zastosowane, mogą wspierać lekcje matematyki oraz indywidualną naukę ucznia podczas kształcenia wyprzedzającego (odwrócone lekcje) oraz w trakcie samodzielnego powtarzania zrealizowanego materiału (przygotowania do sprawdzianów czy egzaminów). Dzięki zastosowaniu TIK nauczyciel może wzbogacić lekcje o dynamiczne wizualizacje problemów matematycznych, interaktywne ćwiczenia, rysunki i schematy o nielimitowanej wielkości, które można oglądać na interaktywnej tablicy lub ekranie fragment po fragmencie. Nowoczesne technologie zwalniają uczniów z obowiązku dźwigania ciężkiego podręcznika, ćwiczeń i zbioru zadań – wszystkie materiały potrzebne na lekcji mogą być dostępne w formie elektronicznej.

Podczas realizacji projektu APN nauczyciele matematyki uczestniczyli w ośmiogodzinny programie doskonalenia zawodowego „Kształcenie myślenia matematycznego z TIK”, realizowanego online na platformie szkoleniowej. Ogólne cele programu przedstawia schemat:

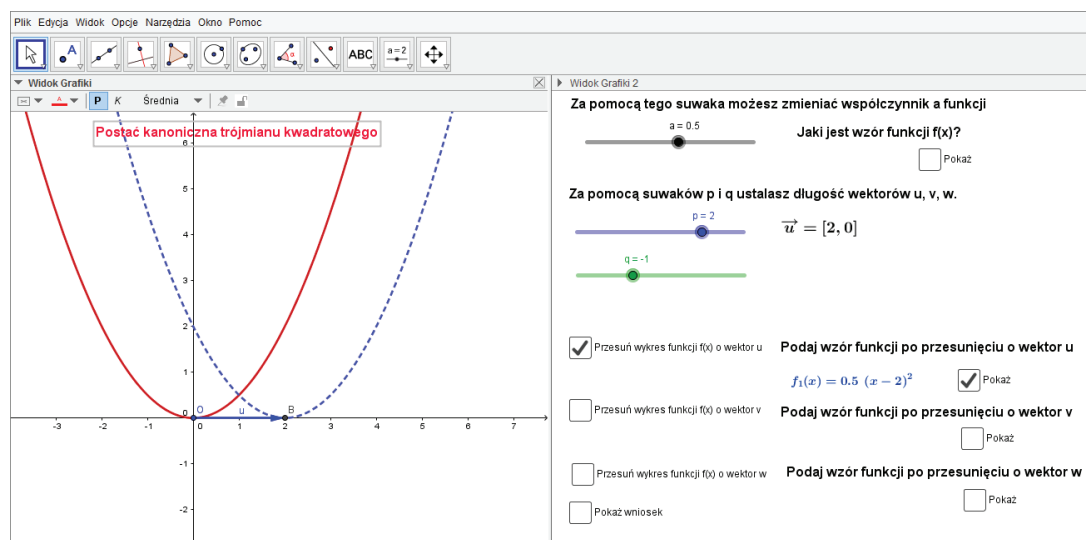


Nie sposób zaprezentować wszystkich aplikacji, z których mogą korzystać nauczyciele matematyki, a które zostały zaprezentowane podczas realizacji programu. Warto jednak polecić nauczycielom kilka pozycji z „żelaznego repertuaru” świata TIK, z którego powinni korzystać w pracy z uczniami, aby pomóc im zrozumieć problemy matematyczne, ułatwić zapamiętywanie faktów i zależności matematycznych oraz dostarczyć materiałów do samokształcenia.

GeoGebra – bezpłatne oprogramowanie wspierające edukację matematyczną na różnych poziomach kształcenia. Do czego między innymi można wykorzystać GeoGebra, pokazuje poniższy schemat.

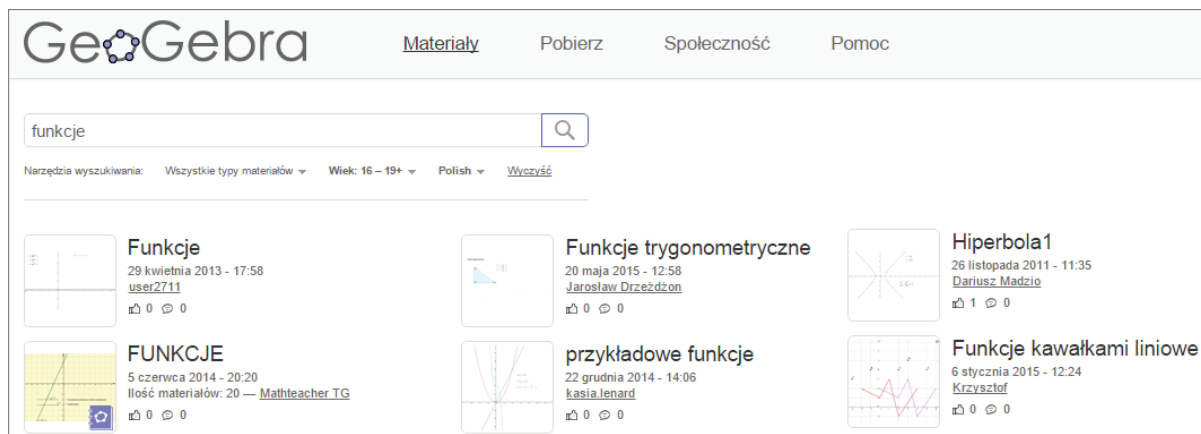


Program można zastosować na lekcjach matematyki oraz w e-nauczaniu. Nauczyciel może przygotować własne aplety, które wykorzysta podczas prowadzenia lekcji albo udostępni uczniom na własnej stronie WWW lub platformie edukacyjnej.



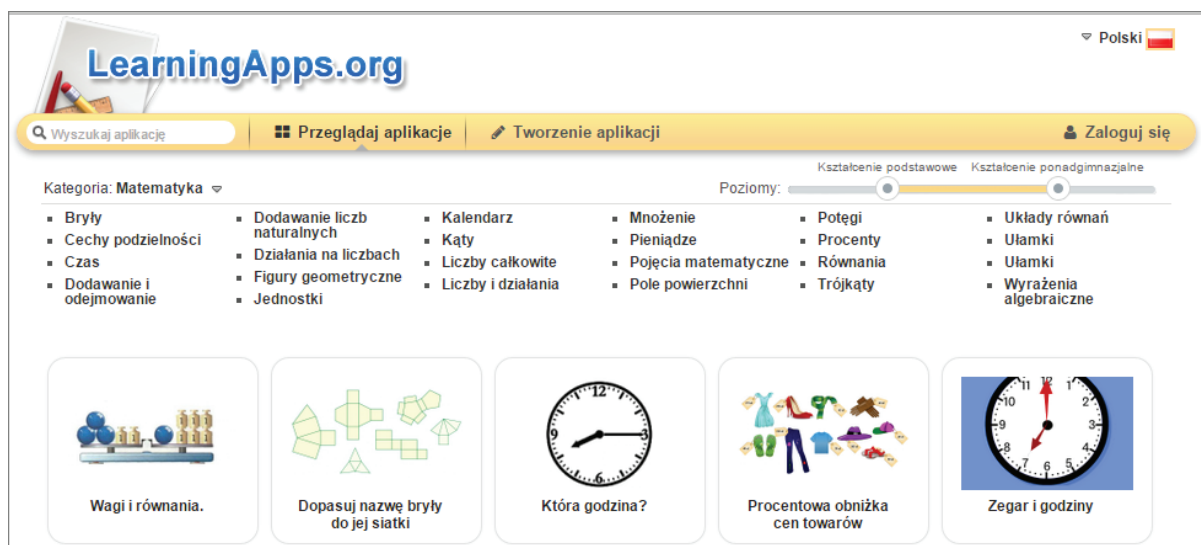
Widok apletu przygotowanego przez nauczyciela na lekcję matematyki

Nauczyciel może również używać gotowych materiałów opublikowanych przez innych użytkowników GeoGebry, dostępnych na stronie www.geogebra.org w menu Przeglądaj materiały. Z wybranych apletów może korzystać online lub zapisać je w innym miejscu w postaci pliku w formacie ggb.



Widok materiałów do pobrania przygotowanych przez społeczność GeoGebraTube

Platforma LearningApps (learningapps.org) – na której nauczyciel może znaleźć gotowe interaktywne ćwiczenia i proste gry edukacyjne lub wykonać swoje własne, korzystając z dostępnych szablonów. Aplikacje przygotowane na LearningApps świetnie nadają się do zastosowania na interaktywnych tablicach. Można ich używać w nauczaniu wyprzedzającym i podczas tworzenia materiałów dla uczniów dostępnych online.



Widok aplikacji matematycznych opublikowanych na platformie LearningApps, dostępnych dla każdego nauczyciela bez potrzeby logowania się

Platforma Blendspace (www.blendspace.com) – platforma do tworzenia wirtualnych lekcji i zestawów materiałów edukacyjnych dla uczniów. Umożliwia zebranie w jednym miejscu wszystkich materiałów i aplikacji, które nauczyciel wykonał samodzielnie lub znalazł w sieci Internet i chciałby wykorzystać podczas prowadzenia zajęć w klasie lub lekcji odwróconej.

Wirtualna lekcja przygotowana przez nauczyciela jest dostępna dla ucznia przez całą dobę i może być wykorzystana na dowolnym sprzęcie, którym dysponuje uczeń – komputer stacjonarny lub urządzenia przenośne, takie jak tablet, smartfon. Uczeń zapoznaje się z materiałem w swoim tempie, wykonuje ćwiczenia polecane przez nauczyciela, może zdawać mu pytania i zgłaszać problemy, które są zapisywane w specjalnie wydzielonym miejscu dołączonym do każdej lekcji.

Zapisywanie równań. Liczba spełniająca równanie.

1 T Temat: Zapisywanie równań. Liczba spełniająca równanie.	2 T Czy wiesz, co to jest równanie? A co to rozwiązywanie równania? Dołącz materiały zamieszczonym w lekcji sprawdzisz: • Czy umiesz pisać rozwiązanie prostego równania. • Spróbujesz napisać zadanie na podstawie równania. • Dowiesz się, jak sprawdzić, czy liczba spełnia równanie. • Przekonasz się, że nie jest trudno odgadnąć rozwiązanie równania. • Nauczysz się doprowadzić równanie do prostej postaci.	3 T Przyjdź siły rytmikom. Nasze wytyczne są dostępne w języku angielskim i w języku polskim. https://www.mindfulmaths.com/en/what-is-a-maths-equation/
4 I	5 T Czy znasz już odpowiedzi? Sprawdź :-)	6 I

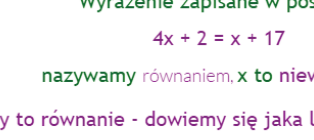
Widok fragmentu wirtualnej lekcji przed uruchomieniem – wszystkie zasoby lekcji układają się na specjalnej siatce

Wyrażenie zapisane w postaci:

$$4x + 2 = x + 17$$

nazywamy równaniem, x to niewiadoma.

Rozwiązemy to równanie - dowiemy się jaka liczba ukrywa się pod literą x



»

W tym miejscu uczeń zalogowany na platformie może napisać, z czym ma problemy podczas realizacji wirtualnej lekcji

[Sign In](#)

Liczba 5 jest rozwiązaniem równania.

Liczba 5 spełnia to równanie.

»

Widok lekcji po uruchomieniu, poszczególne polecenia i zasoby lekcji są pokazywane jak slajdy – ekran po ekranie

4.

Znaczenie kompetencji społecznych w edukacji XXI wieku



*Specjaliści bez kompetencji społecznych
nie mają przed sobą przyszłości.*
W. Lanthaler, J. Zugmann

Człowiek jest zwierzęciem społecznym, a więc jego poczucie szczęścia i pełni zależy od umiejętności sprawnego kontaktowania się z innymi ludźmi. Ponadto cała cywilizacja opiera się na ludzkiej zdolności do współpracy z innymi i prowadzenia wspólnych działań. Ludzie są nam niezbędni do szczęścia i spełnienia, musimy też umieć z nimi współpracować, jeśli chcemy stanąć na wysokości swoich zadań, swoich upodobań²¹.

Umiejętność nawiązywania kontaktu jest pierwotna w stosunku do tego, jaką wiedzę nauczyciel może przekazać uczniom i jakimi metodami. Aby w ogóle mogło to nastąpić, aby jego propozycje zostały przyjęte, musi najpierw zostać nawiązana wzajemna relacja. Od zdolności nauczyciela w inicjowaniu i kształtowaniu tej relacji zależy w dużym stopniu przebieg procesu nauczania, a w jeszcze większym stopniu – wychowania.

Liczne badania donoszą, że umiejętności społeczne sprzyjają sukcesom szkolnym i akademickim, dobremu przystosowaniu do środowiska szkolnego, szybszej i łatwiejszej adaptacji do nowej szkoły, a nawet stosowaniu przez uczniów efektywniejszych strategii uczenia się²².

W szkole każdego dnia zachodzi mnóstwo sytuacji generujących różnego rodzaju zachowania społeczne. Takie naturalne okoliczności oraz interakcje interpersonalne mogą być dobrą okazją do nabywania zdolności społecznych, w tym komunikacyjnych. Umiejętność komunikowania się z innymi ludźmi to proces, w którym następuje przekazywanie i odbieranie informacji. To zdolność rozumienia innych i okazywanie im tego zrozumienia, to aktywne słuchanie, podczas którego komunikaty werbalne i niewerbalne prowadzą do właściwego odbioru intencji i potrzeb rozmówców.

Kiedy mówisz, to niczego się nie dowiadujesz. Kiedy zadajesz pytania i uważnie słuchasz, zdobywasz istotne informacje na temat drugiej osoby.

²¹ Johnson D.W. *Podaj dłoń*, Warszawa 1992, s. 17

²² Bar-On, 1997; Brackett, Mayer i Warner, 2004; Gil-Olarte Marqueuz, Palomera Martin i Brackett, 2006; Goetz, Frenzel, Pekrun i Hall, 2005; New-some

Zadaniem nauczycieli jest wspomaganie uczniów między innymi przy wyborze odpowiednich zachowań, samokontroli, samoregulacji oraz adekwatnym i akceptowanym społecznie wyrażaniu własnych uczuć, intencji i opinii. Metodą, która jest niezawodna, jest przykład własny, który wykorzystuje dwa mechanizmy oddziaływań na ucznia: naśladownictwo i modelowanie.

Z badań wynika, że nauczyciele mają poczucie, iż brakuje im umiejętności radzenia sobie z konfliktem interpersonalnym w szkole, umiejętności negocjacji i mediacji, asertywnej obrony własnego stanowiska oraz budowania autorytetu²³.

Non scholae sed vitae discimus – uczymy się nie dla szkoły, lecz dla życia
Sentencja łacińska oznaczająca, że celem zdobywania wiedzy nie jest zadowolenie nauczyciela lub mocodawcy, ale zaspokojenie potrzeby życiowej.
Sentencja ta jest mottem wielu szkół na świecie.

Życie publiczne, zawodowe czy osobiste w ogromnej mierze zależy od oddziaływania, zachowania innych osób, grup i społeczności. Przestrzeń życiowa, praca, rozwój, zabawa, odpoczynek – wszystko to nie dzieje się w próżni społecznej. Zawsze, w każdej sytuacji człowiek uwikłany jest w sieć powiązań międzyludzkich i w zależności od posiadanych kompetencji społecznych, w różnym stopniu radzi sobie z wymogami świata społecznego. Opanowanie umiejętności współżycia społecznego jest istotnym warunkiem zadowolenia i satysfakcji życiowej, szczególnie młodych ludzi na początku ich życiowej drogi.

Wśród doradców personalnych krąży takie powiedzenie:
Pracę otrzymuje się w 70% dzięki wiedzy fachowej i w 30% dzięki zdolnościom społecznym. Traci się ją zaś w 70% z braku zdolności społecznych i w 30% z braku kwalifikacji merytorycznych.

Wysoki poziom inteligencji ogólnej nie wystarcza, żeby osiągnąć sukces zawodowy. Jak pokazują badania, osoby z wysoką inteligencją ogólną osiągają wybitne rezultaty, jeżeli posiadają również wysoki poziom inteligencji emocjonalnej. O zdobyciu pracy często decyduje nawiązanie dobrego kontaktu z pracodawcą podczas rozmowy kwalifikacyjnej. Oczekuje on bowiem często od kandydata umiejętności współpracy, zdolności do pracy w zespole oraz gotowości do kontaktów.

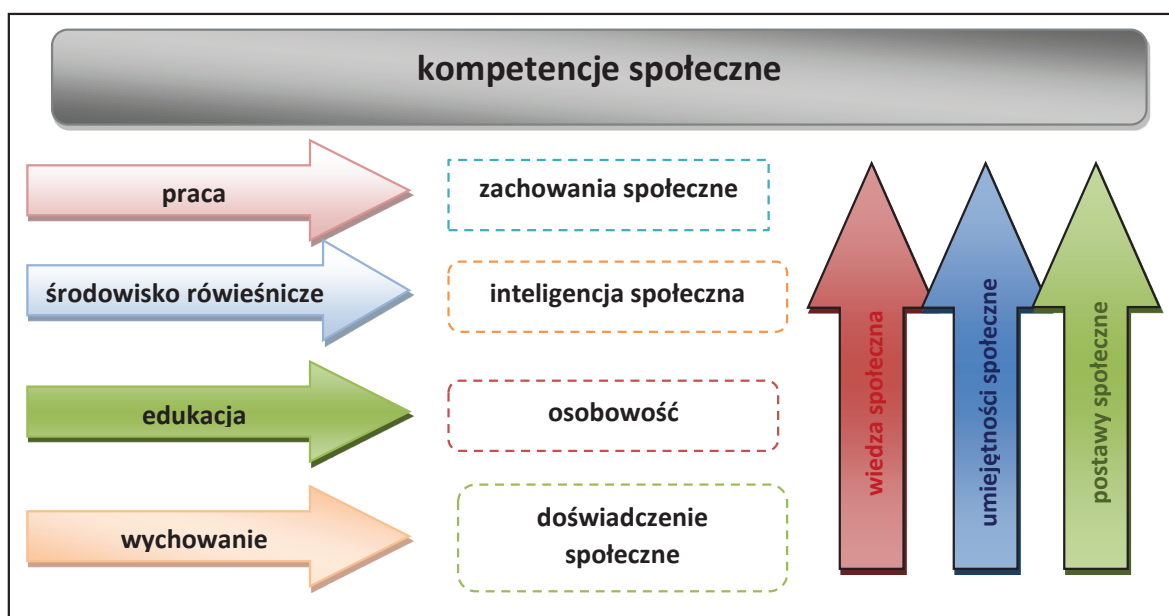
Składniki kompetencji społecznych²⁴:

- nagradzanie, czyli umiejętność udzielania wzmocnień społecznych; komunikacja werbalna i niewerbalna,
- współpraca i rozwiązywanie problemów i konfliktów,
- empatia i umiejętność podejmowania ról innych ludzi,
- asertywność,
- umiejętność korzystnej autoprezentacji.

²³ Salata E. *Kompetencje komunikacyjne nauczyciela jako droga do sukcesu wychowawczego*, Nakladatelství Votobia Praha, Olomouc 2003, s. 579- 582; tejsze: *Realizacja kompetencji nauczycielskich w opinii badanych nauczycieli*, www.pulib.sk/elpub/FHPV/Pavelka2/pdf_doc/salata.pdf, dostęp 4.04.2014

²⁴ Oleś 1998; Terelak, Butdys, 2003

MODEL KSZTAŁTOWANIA KOMPETENCJI SPOŁECZNYCH



Tam, gdzie żyją ludzie, tam muszą występować konflikty. Niemożliwe jest funkcjonowanie grupy społecznej bez konfliktów. A w szkole, gdzie jednocześnie przebywa duża grupa dzieci i dorosłych, konflikty pojawiają się bardzo często. Przede wszystkim dlatego, że każdy jest inny, każdy broni swoich racji i przekonań. W tej sytuacji jedną z najważniejszych kompetencji nauczyciela staje się umiejętność rozwiązywania konfliktów – nie unikania, ale właśnie **ROZWIĄZYWANIA**.

Rodzaj kompetencji	Zakres kompetencji	Wpływ kompetencji na uczniów w procesie uczenia (się)
Rozwiązywanie konfliktów Współpraca i rozwiązywanie konfliktów Umiejętność rozwiązywania konkretnych problemów interpersonalnych i sterowania sytuacjami społecznymi	- Rozumienie konfliktu i tworzenie strategii wychodzenia z kryzysu - Style rozwiązywania konfliktów - Konstruktywne radzenie sobie z frustracją i stresem - Podejmowanie decyzji w sytuacji konfliktowej	Uczniowie: - uczą się postrzegać konflikt jako problem do rozwiązania, co jest podstawą efektywnego rozwiązania konfliktu - uczą się analizować konflikt w kategoriach potrzeb obu stron - uczą się odróżniać swoje potrzeby od stanowisk, jakie zajmują w sytuacji konfliktowej, co jest jedną z podstawowych umiejętności koniecznych do praktycznej realizacji problemowego podejścia do konfliktu - poznają podstawowe narzędzia komunikacyjne służące komunikowaniu własnych potrzeb i identyfikacji potrzeb drugiej strony konfliktu - rozumieją mechanizmy prowadzące do eskalacji konfliktu, a zdobyta wiedza pomaga unikać pogorszenia relacji i dużych kosztów emocjonalnych w sytuacjach konfliktowych doświadczanych na co dzień - zwiększają swoją świadomość przeżywanego złości, dzięki czemu w realnych sytuacjach będą mogli szybciej uświadomić sobie przeżywaną złość, a tym samym reagować adekwatnie i bardziej konstruktywnie w sytuacjach konfliktowych - analizują stosowane przez siebie sposoby wyrażania złości i ich wpływ na relacje z innymi.

Asertywność

Umiejętność wyrażania swoich uczuć, myśli, opinii, decyzji i życzeń w bezpośredni, skuteczny sposób, nie naruszając przy tym godności drugiej osoby

- Obrona własnych granic
- Odpowiedź na krytykę
- Prawa człowieka – poszanowanie swoich praw i praw innych
- Rozumienie zasad społecznych
- Autorefleksja dotycząca znajomości własnych preferencji, wartości i zasad

Uczniowie:

- lepiej radzą sobie z agresją i manipulacją ze strony innych
- potrafią mówić „nie”
- uczą się przyjmować i wyrażać konstruktywną krytykę
- rozwijają zdolność do inicjowania, podtrzymywania i kończenia konwersacji
- uczą się wyrażania pozytywnych i negatywnych uczuć
- potrafią wzbudzać pozytywne emocje w otoczeniu społecznym

Komunikacja

Komunikacja jest procesem przekazywania i odbierania informacji

Rodzaje komunikatów:

- werbalne
- niewerbalne

- **Aktywne słuchanie** – koncentracja na rozmówcy i na tym, co ma do powiedzenia, umiejętne podążanie za rozmówcą (okazywanie, że to, co mówi, jest dla nas ważne i interesujące)

Uczniowie:

- uczą się koncentrowania uwagi na rozmówcy, utrzymywania z nim kontaktu wzrokowego i słuchania tego co mówi
- używają zwrotów podtrzymujących rozmowę: „tak, rozumiem”;
- uczą się parafrazowania, czyli powtarzania własnymi słowami sensu usłyszanego wypowiedzi, np.:
 - Czy chcesz przez to powiedzieć, że...
 - Rozumiem, że chodzi ci o to, by...
 - O ile dobrze cię rozumiem...
 - Czy dobrze cię zrozumiałem...
- uczą się odzwierciedlania, czyli mówienia rozmówcy, jak odbierają jego odczucia, np.:
 - Zdaje się, że jesteś rozgniewany...
 - Wygląda na to, że cię rozczłowiłem...
 - Oczywiście jesteś zadowolony z...
- uczą się klaryfikacji, czyli skupiania podczas komunikacji na kluczowej kwestii, np.:
 - Która z tych propozycji jest dla ciebie najważniejsza?
- rozumieją reakcje innych, wykazują emocjonalne zrozumienie (empatii)
- modyfikują własne zachowania
- są otwarci na wymianę myśli
- uczą się bycia naturalnym i wiarygodnym, po prostu bycia sobą
- uczą się konsekwencji i dotrzymywania danego słowa – bycia wiarygodnym
- czują się odpowiedzialni za wygłaszane wypowiedzi
- uczą się, że nie ma ludzi nieomylnych, zamiast kategoriicznych stwierdzeń, używają słów: „Moim zdaniem...”
- uczą się komunikowania bez zakłóceń, tj. bez sprzeczności języka ciała ze słowem
- uczą się, że nie należy przedwcześnie interpretować czy odgadywać intencji rozmówcy
- uczą się otwartości na punkt widzenia innych
- doskonałą umiejętność zadawania pytań otwartych
- uczą się używania w pełni zrozumiałego języka
- uczą się wzajemnego zrozumienia, wyrażania siebie
- uczą się, że wymiana informacji umożliwia rozwój
- uczą się bycia tolerancyjnym, cierpliwym, wyrozumiałym
- uczą się bycia otwartym na innych, nieosądzania i niedecydowania za innych
- uczą się, że mają prawo do asertywnego wyrażania swojego zdania, do mówienia: „nie wiem”, „nie rozumiem”, „nie zgadzam się z tym”

techniki aktywnego słuchania**klaryfikacja**

skupianie się na najważniejszym

parafraza

powtarzanie własnymi słowami treści usłyszanego wypowiedzi

odzwierciedlenie

naśladowanie zachowań i emocji rozmówcy (poprzez: postawę ciała, mimikę, gestykulację, ton głosu, tempo mówienia)
mówienie o odbiorze odczuć rozmówcy

5.

Rzut oka w przyszłość...

*Kraj bez matematyki nie wytrzyma współzawodnictwa z tymi,
którzy matematykę uprawiają.*
Hugo Steinhaus

Profesjonalny nauczyciel matematyki powinien nie tylko przekazywać gotową wiedzę, lecz uczyć jej zdobywania, uczyć różnych strategii uczenia się, rozwiązywania problemów i kierować wszechstronnym rozwojem uczniów, zwracając uwagę także na rozwój ich osobowości.

Chcąc sprostać stawianym przed nim zadaniom, musi ciągle poszukiwać nowych pomysłów, innowacyjnych rozwiązań, metod i sposobów pracy, które zainteresują oraz zaintrygują ucznia.

Spośród wszystkich stosowanych wymyślnych „złotych środków” warto wybrać to, co na początku życia małego dziecka było motorem do poznawania przez nie świata i uczenia się, do kształcenia poprzez zabawę, która wyzwala naturalną ciekawość, chęć spróbowania i doświadczania.

Znajduje to potwierdzenie w eksperymencie przeprowadzonym w sztokholmskim metrze, który ilustruje film „Schody melodyczne” znajdujący się na stronie tiny.pl/ghdnn.



Źródło: youtube.com

POLECANE POZYCJE METODYCZNE

1. **Ciesielski Krzysztof, Pogoda Zdzisław**, *Królowa bez nobla. Rozmowy o matematyce*, Demart SA, Warszawa 2013.
2. **Dumont H., Istance D., Benavidest F.** *Istota uczenia się. Wykorzystanie wyników badań w praktyce*, Wydawnictwo Wolters Kluwer, Warszawa 2013.
3. **Filip Jan, Rams Tadeusz**, *Dziecko w świecie matematyki*, Oficyna Wydawnicza „Impuls”, Kraków 2000.
4. **Guzicki Wojciech**, *Rozszerzony program matematyki w gimnazjum. Poradnik nauczyciela matematyki*, Ośrodek Rozwoju Edukacji, Warszawa 2013.
5. **Harmin Merrill**, *Duch klasy. Jak motywować uczniów do nauki?*, CEO, Warszawa 2005.
6. **Kandzia Joanna**, *Kształtowanie wartości dydaktycznych i wychowawczych w procesie edukacji matematycznej z wykorzystaniem technik multimedialnych*, Oficyna Wydawnicza „Impuls”, Kraków 2011.
7. **Kierstein Zdzisław**, *Aktywne metody w kształceniu matematycznym*, wyd. 2, Wydawnictwo Nowik, Opole 2006.
8. **Mason John, Burton Leone, Stacey Kaye**, *Matematyczne myślenie*, WSiP, 2005
9. **Mikołajczyk Małgorzata [red.]** *Jak pracować z uczniem zdolnym? Poradnik nauczyciela matematyki*, Ośrodek Rozwoju Edukacji, Warszawa 2012.
10. **Plewka Czesław, Taraszkiewicz Małgorzata**, *Uczymy się uczyć „Pedagogium”*, Wydawnictwo OR TWP, Szczecin 2010.
11. **Polya George**, *Jak to rozwiązać?*, tł. Leszek Kubik, PWN, Warszawa 2011.
12. **Rygał Grażyna**, *Ciekawe. Ciekawe pomysły*, Wydawnictwo Nowik, Opole 2002.
13. **Skiba Robert, Winkowska-Nowak Katarzyna [red.]** *GeoGebra. Wprowadzanie innowacji pedagogicznej*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2011.
14. **Szurek Michał**, *Gawędy matematyczne na każdy dzień miesiąca*, Wydawnictwo BTC, Legionowo 2012.
15. **Żylińska Marzena**, *Neurodydaktyka. Nauczanie i uczenie się przyjazne mózgowi*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2013.

BIBLIOGRAFIA NETOGRAFIA

1. **Dobrowolska M. [red.]** Matematyka 1, podręcznik do klasy 1 gimnazjum, GWO, 2009.
2. **Johnson D.W.** *Podaj dłoń*, Instytut Psychologii Zdrowia i Trzeźwości, Warszawa 1992, s. 17.
3. **Konarzewski K.** *TIMSS i PIRLS 2011. Osiągnięcia szkolne polskich trzecioklasistów w perspektywie międzynarodowej*, CKE, Warszawa 2012, s. 7.
4. **Krygowska Z.** *Zarys dydaktyki matematyki*, cz. 1, WSiP, Warszawa 1977, s. 127.
5. **Siwek H.** *Czynnościowe nauczanie matematyki*, WSiP, Warszawa 1998.
6. **Suerken K.** *Techniki aktywizujące myślenie – TOC*, Toc for Education oraz MSCDN, 2009.
7. **Dolata R.** *Edukacyjna wartość dodana, czyli jak wykorzystać wyniki egzaminów zewnętrznych do oceny efektywności nauczania*, http://www.kuratorium.bydgoszcz.uw.gov.pl/download/zal_00004194_01_01.pdf, dostęp 16.05.2015.
8. **Jakubowski M., Pokropek A.** *Badając egzaminy. Podejście ilościowe w badaniach edukacyjnych*, CKE, Warszawa 2009, http://2013.ewd.edu.pl/downloads/publikacje/badajac_egzaminy.pdf, dostęp 12.05.2015.
9. **Komorowska A., Ostaficzuk E.** *Ewaluacja opisowa osiągnięć uczniów szkół ponadgimnazjalnych z matematyki i z języka polskiego*, Kraków 2011, http://www.ptde.org/file.php/1/Archiwum/XVII_KDE/pedeefy/Ostaficzuk%2C%20Komorowska.pdf, dostęp 03.06.2015.
10. **Lisiecka Z. [red.]** *Analiza i interpretacja wyników oceniania i egzaminowania*, CKE, 2007, https://womgorz.edu.pl/files/File/Doradztwo_metodyczne/Analiza_i_interpretacja_wynikow.pdf, dostęp 14.05.2015.
11. **Salata E.** *Realizacja kompetencji nauczycielskich w opinii badanych nauczycieli*, http://www.pulib.sk/elpub2/FHPV/Pavelka2/pdf_doc/salata.pdf, dostęp 05.05.2015.
12. **Szaleniec H.** *Refleksje na temat rozwoju systemu egzaminacyjnego*, http://www.ptde.org/file.php/1/Archiwum/XIII/14.H.Szaleniec_refleksje_na_temat_rozwoju.pdf, dostęp 14.05.2015.
13. **Szaleniec H. Dolata R.** *Funkcje krajowych egzaminów w systemie edukacji*, http://ewd.edu.pl/downloads/publikacje/politykasp/szaleniec_dolata_37.pdf, dostęp: 15.05.2015.
14. **Arkusz** egzaminu maturalnego z matematyki, poziom podstawowy, CKE, sierpień 2014, <http://www.oke.krakow.pl/inf/filedata/files/MMA-P1A1P-144.pdf>, dostęp 15.05.2015.

15. **Arkusz** egzaminu maturalnego z matematyki, poziom podstawowy, CKE, czerwiec 2012, http://cke.edu.pl/images/_EGZAMIN_MATURALNY_OD_2015/Arkusze_egzaminacyjne/2012/czerwiec/matematyka/pp_matematyka.pdf, dostęp 14.05.2015.
16. **Arkusz** sprawdzianu w szóstej klasie szkoły podstawowej, CKE, kwiecień 2012, http://cke.edu.pl/images/stories/0000000_sprawdz_2012/s-1-122.pdf, dostęp 14.04.2015.
17. **Informator** o sprawdzianie od roku szkolnego 2014/2015, CKE, Warszawa 2013, http://www.cke.edu.pl/images/files/sprawdzian_2015/Informator_S1.pdf, dostęp 06.05.2015.
18. **Mazowiecki** Kwartalnik Edukacyjny Meritum nr 3 (18)/2010, http://meritum.mscdn.pl/meritum/pliki/cale_numery/2010_3.pdf, dostęp 8.05.2015.
19. **Międzynarodowe** Badanie Wyników Nauczania Matematyki i Nauk Przyrodniczych (TIMSS), <http://www.ibe.edu.pl/pl/badania/42-badania/405-miedzynarodowe-badanie-wynikow-nauczania-matematyki-i-nauk-przyrodniczych-timss>, dostęp 12.05.2015.
20. **Osiągnięcia** uczniów kończących gimnazjum w roku 2014. Sprawozdanie z egzaminu gimnazjalnego 2014, CKE, http://www.cke.edu.pl/images/files/Sprawozdanie_2014/2014_Egzamin_gimnazjalny_p.pdf, dostęp 05.05.2015.
21. **Osiągnięcia** uczniów kończących szkołę podstawową w roku 2014. Sprawozdanie ze sprawdzianu 2014, CKE, http://www.cke.edu.pl/images/files/Sprawozdanie_2014/2014_Sprawdzian.pdf, dostęp 20.05.2015.
22. **Program** Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów OECD PISA, Wyniki badania 2012 w Polsce, MEN, http://www.ifispan.waw.pl/pliki/wyniki_pisa.pdf, dostęp 12.05.2015.
23. **Raport** z badania, Diagnoza umiejętności matematycznych uczniów szkół podstawowych DUMa, IBE, Warszawa 2014, <http://www.duma.edu.pl/attachments/article/11/Diagnoza%20Umiej%C4%99tno%C5%9Bci%20Matematycznych%20Uczni%C3%B3w%20Szk%C3%B3%C5%82%20Podstawowych%20DUMa.pdf>, dostęp 18.05.2015.
24. **Raport** z ogólnopolskiego badania umiejętności trzecioklasistów OBUTm 2014, IBE, Warszawa 2014, <http://www.obut.edu.pl/artykuly/files/226/Raport%20OBUT%20lite.pdf>, dostęp 16.05.2015.
25. **Rozporządzenie** Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. z dnia 30 sierpnia 2012 r. poz. 977).
26. **Sprawozdanie** z egzaminu maturalnego 2014, Matematyka, CKE, http://www.cke.edu.pl/images/_EGZAMIN_MATURALNY_OD_2015/Informacje_o_wynikach/2014/sprawozdanie/Matematyka-Raport_2014.pdf, dostęp 07.05.2015.
27. **Umiejętności** matematyczne trzecioklasistów – wyniki badania OBUT 2014, <http://men.gov.pl/ministerstwo/informacje/umiejtnosci-matematyczne-trzecioklasistow-obut-2014.html>, dostęp 18.05.2015.
28. <https://pl.wikipedia.org/wiki/Statystyka>
29. www.ewd.edu.pl
30. <http://2013.ewd.edu.pl>
31. www.gimnazjum.ewd.edu.pl
32. <http://ewd.edu.pl/analizy-2/>

ROZWIĄZANIE QUIZU

Rozwiązanie quizu „Sprawdź swoją wiedzę na temat badań edukacyjnych”

Zadanie 1	B, C, D
Zadanie 2	B
Zadanie 3	B
Zadanie 4	A, C
Zadanie 5	tak
Zadanie 6	A, B
Zadanie 7	A, B, D, E
Zadanie 8	A
Zadanie 9	A
Zadanie 10	A, B
Zadanie 11	A
Zadanie 12	B

NOTATKI